



LUNDS UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Projekt 7 för Matematik 1 α

Delbarhetsregler

Förkunskaper: Elementär skolalgebra, delbarhet.

Uppgifter

1. För att avgöra om 57144 är delbart med 3 kan man bilda siffersumman $5+7+1+4+4 = 21$ som uppenbarligen är delbar med 3 och alltså är 57144 delbart med 3. Bevisa att metoden är riktig, dvs. bevisa att ett tal är delbart med 3 då och endast då dess siffersumma är delbar med 3.

2. Bevisa att ett tal är delbart med 9 då och endast då dess siffersumma är delbar med 9.

3. Test för delbarhet med 7:

För att undersöka om a är delbart med 7, multiplicera entalsciffran i a med -2 och addera produkten till det tal som erhålles då entalsciffran i a stryks. Kalla det tal man då får för b . Då gäller $7|a$ om och endast om $7|b$. (*Exempel:* Vi testar om 1729 är delbart med 7. Algoritmen säger att så är fallet om och endast om $172 + 9 \cdot (-2) = 172 - 18 = 154$ är delbart med 7. Vi kan nu upprepa proceduren på talet 154, varvid vi får $15 + 4 \cdot (-2) = 15 - 8 = 7$. Eftersom 7 är delbart med 7 måste också 154 vara det, och därmed också det ursprungliga talet 1729.)

Test för delbarhet med 13:

För att undersöka om $13|a$, multiplicera entalsciffran i a med 4 och addera produkten till det tal som erhålles då entalsciffran i a stryks. Det tal som då fås är delbart med 13 om och endast om a är det. (*Exempel:* Talet 2315 är inte delbart med 13. Om så vore fallet, skulle också $231 + 5 \cdot 4 = 231 + 20 = 251$ vara det. Men 251 är inte delbart med 13 eftersom $251 = 25 + 1 \cdot 4 = 25 + 4 = 29$ inte är det.)

Visa varför ovanstående algoritmer fungerar.

4. Finn ett tal som man kan multiplicera entalsciffran i a med så att man får en motsvarande algoritm för test av delbarhet med 17.
5. Generalisera algoritmen till test av delbarhet med godtyckligt heltal n . För vilka n är detta möjligt?
6. Vårt talsystem är ett positionssystem med tio som bas. När och hur började det användas i Europa? Varifrån kommer det? Ge exempel på några andra sätt att framställa tal hämtade från vår kultur eller andra kulturer. Har det använts andra typer än positionssystem?