Claus Führer 2007-02-13

LUNDS UNIVERSITET

FMA421: Linjär Algebra med Beräkningsintroduktion
Numerisk Analys, Matematikcentrum

Labtentamen VT07-01

Regler för datortentamen

- MATLAB frågor besvaras genom att skapa ett textdokument i vilket du överför de relevanta delarna ur MATLAB fönstret. Markera tydligt i dokumentet vilken uppgift du besvarar. Det kan vara nyttigt att använda MATLABs `diary` kommando, men du behöver inte använda det. Textdokumentet får inte överskrida 10 ark. Det skrivs ut och häftas tillsammans med tentamensomslag. Tillfoga gärna handskrivna kommentarer.
- Du får använda en av de två som kurslitteratur rekommenderade MATLAB böcker, handskrivna anteckningar samt alla kursrelaterade filer på ditt konto.
- Nätverkstrafik som e-post, webbrowsing, chat eller dyl är *inte* tillåten. Nättrafiken protokollförs från systemadministrationen.
- Tentamensresultat kommer att anslås på Numerisk Analys anslagstavlan bredvid Café Hilbert i Matematikcentrum senast på onsdag den 28 februari kl. 12.

Uppgifter: 5   Poäng: 20p   Godkänt: 10p

Upggift 1 (4p): Skapa i MATLAB tre vektorer

$$v = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} \quad z = \begin{pmatrix}-1\\0\\5\end{pmatrix}$$

Konstruera en matris A som har egenvärden $1, -7, 0$ och dessa tre vektorer som egenvektorer.
Kolla i MATLAB mha kommandot `eig` egenvärden och egenvektorer av A. I fall att du får andra egenvektorer än v,w,z förklara varför.

Uppgift 2 (4p): Lös linjära ekvationssystemen $Ax = b$ och $Ax = c$, där

$$A = \begin{pmatrix}58 & 38 & 50\\38 & 42 & 23\\50 & 23 & 79\end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}.$$

Använd LU-faktoriseringen av matrisen A (se `lu`-kommandot). För de beräkningsstegen där triangulära matriser förekommer får MATLABs backslash operator ($\backslash$) användas. Varför är kommandon $x = A \setminus b$ och $x = A \setminus c$ inte så effektiva i det här fallet. Testa om de ger samma svar.

Uppgift 3 (4p): Några mätningar och en fysikalisk modell ger följande ekvationer för de obekanta parametrerna x_1, x_2, x_3:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_3 &= 1 \\ -7x_1 - 4x_2 - 5x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 5x_2 &= 0 \\ x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_1 + 6x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Har detta system en lösning? Vad gör man om man vill bestämma parametervärdena så att de stämmer överens med mätningarna så bra som möjligt? Beräkna värdena. Hur lång är residualvektorn? Förändra mätningarna (högerledet i ovanstående ekvationssystem) så att systemet har en entydig lösning.

Uppgift 4 (4p): Bilda i MATLAB matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

och beräkna $P = A(A^{\mathrm{T}}A)^{-1}A^{\mathrm{T}}$. Visa i MATLAB att P är en projektionsmatris som beskriver en ortogonal projektion.
Beräkna rangen av P mha QR faktorisering. Beräkna P's egenvärden och ange projektionsplanet i parameterform.

Uppgift 5 (4p): Matlabs kommando `diag` kan användas för att skapa diagonalmatriser av olika slag (se help diag). Skapa en bandmatris B på följande sätt
`B=diag([1:1:20])+diag([1:1:19],1)+diag([1:1:19],-1)`
Lägg märke till att B har en speciell struktur. Matrisen består mestadels av nollor. Komplettera nedstående MATLAB funktion så att den utför en matris-vector multiplikation för den givna matrisen B *utan att det blir onödiga multiplikationer med noll.*

```
function z=BmultVektor(v)
% v 20 x 1 vector (input)
% z 20 x 1 vector (output), where z=B*v

n=length(v)
if n~= 20
   error('Input vector has wrong dimension')
end
B=diag([1:1:20])+diag([1:1:19],1)+diag([1:1:19],-1);
for i=1:20
   sum=0;
   for j=..:..;
      ...
      sum=sum+...;
      ...
   end;
   z(i)=....;
```

```
end;
z=z';
```

Välj v till `ones(20,1)` i MATLAB och beräkna mha ditt program Bv. Kolla lösningen genom att testa med MATLABs inbyggda multiplikation.

Lycka till!