



LUNDS  
UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Tentamensskrivning  
Matematik för lärare  
Måndag den 19 december 2005  
Skrivtid: 08.00–13.00

*Räknedosa är tillåtet hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje papper. Skriv läsligt. Ge klara och kortfattade motiveringar. Rita figur i förekommande fall.*

### Problemdel

1. Den kortare sidan i en rektangel har längden 2. En cirkel med den längre sidan i rektangeln som diameter delar den andra längre sidan i tre lika delar. Beräkna längden av den längre sidan.
2. Beräkna förhållandet mellan den kortaste bisektrisen och den längsta sidan i en triangel med vinklarna  $36^\circ$  och  $72^\circ$ .
3. Beräkna arean av en triangel med sidorna 10, 17 och 21. Från det hörn som står mot den längsta sidan dras medianen och höjden. Dessa delar den längsta sidan i tre delar. Beräkna också dessa delars längder.
4. Triangeln  $ABC$  är inskriven i en cirkel med medelpunkten  $O$ . Linjerna  $AB$  och  $OC$  skär varandra i punkten  $D$ . Vinkeln  $BAC$  är  $45^\circ$  och vinkeln  $BDC$  är  $60^\circ$ . Beräkna triangelns två andra vinklar. Bestäm också kvoten mellan triangelns omskrivna och inskrivna radier. (Gärna exakt men approximativt svar räcker.)
5. Låt  $a_n$  vara arean av en regelbunden  $n$ -hörning inskriven i en cirkel med radien 1 och låt  $r_n$  vara radien för den i denna  $n$ -hörning inskrivna cirkeln. Visa att

$$a_{2n} = \frac{a_n}{r_n} \quad \text{och} \quad r_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}r_n} \quad \text{för } n \geq 3.$$

Beräkna också  $a_{64}$ .

6. En konvex fyrhörning  $ABCD$  är inskriven i en cirkel. Diagonalen  $AC$  utdrages till en punkt  $E$  så att sträckorna  $CE$  och  $CB$  blir lika långa. Linjerna  $DC$  och  $BE$  möts i punkten  $F$ . Visa att dessa linjer är vinkelräta då och endast då sträckorna  $AD$  och  $BD$  är lika långa.

### Teoridel

7. Formulera och bevisa bisektrissatsen.
8. Bevisa formeln  $r = T/p$  för den inskrivna cirkelns radie.
9. Bevisa formeln  $R = abc/(4T)$  för den omskrivna cirkelns radie.