LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR
LINJÄR ALGEBRA
2018-01-08

1. **a)** En ekvation är $y - z - 2 = 0$.

   b) Avståndet är $\sqrt{8}$.

   c) Avståndet är 3.

2. Då $a = 1$ är lösningarna $(x, y, z) = t(3, 1, -2)$, $t \in \mathbb{R}$, och då $a = -1$ är lösningarna $(x, y, z) = t(-3, 1, 2)$, $t \in \mathbb{R}$. Övriga värden på a ger lösningen $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

3. **a)** Lösningen blir
$$X = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 25 \end{pmatrix}.$$

   b) Egenvärden $\lambda = 1$ och $\lambda = -2$, med egenvektorer $t(1, 2)$, $t \neq 0$, respektive $t(1, 0)$, $t \neq 0$.

   c) Exempelvis
$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{och} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. **a)** Det gäller att $\text{rang}A = 2$, $\text{nolldim}A = 2$ och bas för nollrummet t.ex. vektorerna $(3, -1, 1, 0)$ och $(4, -2, 0, 1)$.

   b) Det gäller att $\text{rang}A = 2$, $\text{nolldim}A = 1$ och bas för nollrummet $(2018, 1, 8)$. Som bas för kolonnrummet kan vi välja två godtyckliga linjärt oberoende vektorer i det angivna planet, exempelvis $(0, 8, -1)$ och $(-1, 2018, 0)$.

5. **a)** Alla $a \neq -2$.

   b) Då $a = -1$.

   c) Endast då $a = 0$.

6. **a)** a) Se läroboken sidan 162, alternativt sidan 165, för definitionen. Som första exempel kan vi välja avbildningen F som ges av $F(x_1, x_2) = (x_1, x_2, 0)$, och som andra avbildningen G som ges av $G(x_1, x_2) = (x_1 x_2, 0)$.

   b) Vektorerna $(1, 1, 1)$ och $\frac{1}{3}(-1, -1, 5)$.