LUNDS UNIVERSITET

Tentamensskrivning
Lineär algebra
Lördag den 16 november 2013
Skrivtid: 08.00–13.00

Matematikcentrum
Matematik NF

Inga hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Ange det andragradspolynom $y = at^2 + bt + c$, som i minsta-kvadratmening bäst ansluter till följande punkter (t, y): $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$ och $(2, 4)$.

2. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) - y(t) \\ y'(t) = 2x(t) + y(t) \end{cases}, \qquad \begin{cases} x(0) = 9 \\ y(0) = 13 \end{cases}.$$

3. Bestäm matrisen för ortogonal projektion på planet $2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ med avseende på standardbasen i $\mathbf{R}^3$.

4. En yta i $\mathbf{R}^3$ har med avseende på standardbasen ekvationen

$$2x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3 = 1.$$

Ange ytans typ. Visa att ytan är en rotationsyta och ange rotationsaxelns riktning.

5. Visa att en isometri beskrivs av en ortogonal matris med avseende på en ortonormerad bas.

6. Låt V vara ett ändligdimensionellt euklidiskt rum och F den lineära avbildning på V, som definieras av

$$F(u) = (u|c)b - (b|c)u,$$

där b och c är två vektorer i V, sådana att $(b|c) \neq 0$. Visa att V har en bas av egenvektorer till F, och ange matrisen för F med avseende på någon sådan bas.