



LUNDS
UNIVERSITET

Matematikcentrum

Matematik NF

Tentamensskrivning
Lineär algebra
Onsdag den 30 oktober 2013
Skrivtid: 10.15–15.15

Inga hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Ange det andragradspolynom $y = at^2 + bt + c$, som i minsta-kvadratmening bäst ansluter till följande punkter (t, y) : $(-1, 2)$, $(0, 2)$, $(1, 4)$ och $(2, 6)$.
2. Lös rekursionsproblemet

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + b_n \\ b_{n+1} = 3a_n + 4b_n \end{cases}, \quad \begin{cases} a_0 = 3 \\ b_0 = 5 \end{cases}.$$

3. Bestäm matrisen för ortogonal projektion på linjen $(x_1, x_2, x_3) = t(1, 2, -2)$ med avseende på standardbasen i \mathbf{R}^3 .
4. En linjär avbildning på ett 3-dimensionellt euklidiskt rum har med avseende på en positivt orienterad ortonormerad bas matrisen

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} a & -4 & 8 \\ b & 4 & 1 \\ c & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

- a) För vilka värden på konstanterna a , b och c är avbildningen en isometri?
 - b) Bestäm konstanterna a , b och c så, att avbildningen blir en rotation. Ange rotationsaxeln, rotationsvinkeln och åt vilket håll rotationen sker.
5. Låt A och B vara kvadratiska matriser av samma ordning, och antag att $AB = E$. Visa att $BA = E$.
 6. Med avseende på standardkoordinatsystemet i \mathbf{R}^3 har två ytor ekvationerna

$$5x^2 + 5y^2 + 8z^2 + 8xy + 4yz - 4xz = 1$$

och

$$9x^2 + 9y^2 + 9z^2 = 1.$$

Visa att ytorna skär varandra utefter en cirkel, samt ange cirkelns radie och i vilket plan cirkeln ligger.