



LUNDS  
UNIVERSITET

Tentamensskrivning  
Lineär algebra  
Måndag den 26 augusti 2013  
Skrivtid: 08.00–13.00

Matematikcentrum  
Matematik NF

Inga hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv bara på en sida. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar och rita gärna figur i förekommande fall.

1. Ange det polynom  $y = at + b$ , som i minsta-kvadratmening bäst ansluter till följande data.

$t$	0	1	2	3
$y$	5	2	1	0

2. Lös rekursionsproblemet

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + 2b_n \\ b_{n+1} = 10a_n + 3b_n \end{cases}, \quad \begin{cases} a_0 = 4 \\ b_0 = 1 \end{cases}.$$

3. En andragsyta har med avseende på ett ortonormerat koordinatsystem ekvationen

$$3x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1x_3 - 8x_1x_2 - 4x_2x_3 = 1.$$

Bestäm ytans typ, och ange det minsta avståndet från en punkt på ytan till origo.

4. En lineär avbildning på ett 3-dimensionellt euklidiskt rum har med avseende på en ortonormerad positivt orienterad bas matrisen

$$a \begin{bmatrix} 8 & -4 & 1 \\ -1 & -4 & -8 \\ 4 & 7 & -4 \end{bmatrix}.$$

Bestäm den reella konstanten  $a$  så, att avbildningens geometriska betydelse är en rotation kring en linje. Ange också linjens ekvation, rotationsvinkeln och åt vilket håll rotationen sker.

5. Visa att alla egenvärden till en hermitsk matris är reella.
6. Låt  $v_1, \dots, v_k$  vara vektorer i ett euklidiskt rum  $V$ , och antag att  $|v_i| = |v_j|$ , då  $1 \leq i \leq j \leq k$ .
  - a) Visa, att  $U = \{u \in V; |u - v_i| = |u - v_j|, 1 \leq i \leq j \leq k\}$  är ett underrum till  $V$ .
  - b) Vad är dimensionen av  $U$ , om dimensionen av  $V$  är lika med  $n$ , och vektorerna  $v_1, \dots, v_k$  är lineärt oberoende?