

HJÄLPMEDEL: Utdelad formelsamling och miniräknare.
Motivera lösningarna väl.

1. Bestäm det reella förstgradspolynom som bäst approximerar funktionen $\cos(\pi x)$ i normen som hör till Hilbertrummet $L_2([0, 1], 1)$.

2. En halvoändlig, elastisk sträng längs positiva x -axeln är fast inspänd i $x = 0$. Från början är strängen rak men ges med en hammare vid tiden $t = 0$ den transversella hastigheten

$$h(x) = \delta_2(x)$$

Anta att vågutbredningshastigheten i strängen är $1/2$. Ställ upp en matematisk modell för strängens transversella utböjning och rita strängen då $t = 2$ och $t = 10$.

3. Lös i \mathbb{R}^2 problemet

$$\begin{cases} u'_x + 2xu'_y = y, \\ u(0, y) = \frac{1}{1+y^2}. \end{cases}$$

4. Finn en lösning till

$$\begin{cases} u'_t - D u''_{xx} = -k u, & x > 0, t > 0, \\ u'_x(0, t) = 0, & t > 0, \\ u(x, 0) = m \delta_1(x), & x > 0. \end{cases}$$

Ge också en rimlig fysikalisk tolkning av problemet.

5. Finn en lösning till det tvådimensionella potentialproblemet

$$\begin{cases} -\Delta u = \delta_{(0,1)}, & \text{i } \Omega, \\ u = 1, & \text{på } \partial\Omega \end{cases}$$

där Ω är halvcirkeln $\{(x, y); x^2 + y^2 < 2 \text{ och } y > 0\}$.

6. En akustikingenjör ska mäta upp ett rum i form av ett rätblock. Fem av rummets ytor består av hårt och ljudreflekterande material medan den sjätte är starkt ljudabsorberande. Ingenjören har glömt sitt måttband men med sina akustiska apparater mäter han snabbt rummets lägsta resonansfrekvenser. De blir

21,25 30,05 47,52 60,52 63,75 64,14 67,20 73,95 76,62 Hz.

Beräkna rummets dimensioner om ljudhastigheten är 340 m/s.

TREVLIG SOMMAR!