LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

LÖSNINGAR
FUNKTIONSTEORI
2016-08-22

1. $x_n = 2\sqrt{5}^n \cos\left(\arctan(1/2)n\right) - 2^n$.

2. $f(z) = z + i(2z^2 + 1)$.

3. Konvergenta: a), c), d), och e). Divergenta: övriga.

4. **a)** Funktionen g har den givna Fourierserien.

b) $4/3$.

c) Den trigonometriska Fourierserien konvergerar inte likformigt då $-4 < t < 4$.

5. **a)** Överallt utom då z är reellt och ≥ 1.

b) Integralen är väldefinierad om $0 < a < 1$, $a \neq 1/\sqrt{3}$ (med $\sqrt{0} \stackrel{\text{def}}{=} 0$ så är integralen även definierad om $a = 1$).
För a mindre än $1/\sqrt{3}$ blir integralen noll och för a mellan $1/\sqrt{3}$ och ett så blir integralen

$$-\frac{2\sqrt{2}\pi i}{3^{3/4}} \sin(\pi/12).$$

6. **a)**

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3^{k+1}(4k^2 - 2k + 1)} z^{2k}, \quad R = \sqrt{3}$$

.

b) $f(0) = c_0 = \frac{1}{3}$.

c) 0.