

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Sätt $\mathbf{F} = (xy, -y^2/2, z)$ och låt K vara den begränsade kropp som avgränsas av ytorna

$$z = 4 - 3x^2 - 3y^2, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad \text{och} \quad z = 0.$$

a) Formulera divergenssatsen för vektorfältet \mathbf{F} och kroppen K . (0.2)

Svar: Se Sats 10.4 (p. 349)

b) Beräkna flödet av \mathbf{F} ut genom den totala begränsningsytan till K . (0.5)

Svar: $5\pi/2$

c) Bestäm ett vektorfält $\mathbf{G} \neq \mathbf{F}$ så att $\mathbf{F} - \mathbf{G}$ är ett potentialfält. (0.3)

Svar: t.ex. $(xy, 0, 0)$ eller $(0, -x^2/2, 0)$

2. Låt γ vara den slutna triangelkurvan med hörn i $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ och $(0, 0, 1)$ och orienterad så att hörnen genomlöps i denna ordning.

a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} z^2 dx + y^2 dy + x dz. \quad (0.6)$$

Svar: $-1/6$

b) Beräkna

$$\int_{\sigma} -y dx + x dy,$$

där σ är cirkeln genom punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ och $(0, 0, 1)$, positivt orienterad sett från origo. (0.4)

Svar: $-4\pi\sqrt{3}/9$

LYCKA TILL !