

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Låt K vara den ändliga kropp som avgränsas av xy -planet, xz -planet och yz -planet samt planet $y + z = 1$ och planet $x = 3$.

a) Beräkna flödet av fältet

$$\mathbf{F} = (5x + z \sin y, y^2 - z \arctan x, 4xy^4)$$

ut ur kroppen K . (0.5)

b) Beräkna

$$\int_{\sigma} 2xe^{-y}dx - (\cos z + x^2e^{-y})dy + y \sin z dz,$$

där σ är den orienterade kurvan sammansatt av räta linjen från $(0, 0, 0)$ till $(3, 1, 0)$, räta linjen från $(3, 1, 0)$ till $(3, 0, 1)$ och räta linjen från $(3, 0, 1)$ till $(0, 1, 0)$. (0.5)

2. Låt Γ beteckna den del av cylindern $x^2 + y^2 = 1$ som avgränsas av planen $x + y + z = 0$ och $x + y + z = 1$.

a) Bestäm arean av Γ . (0.2)

b) Beräkna

$$\int_{\partial\Gamma} (2xy^2z + x^2z)dx + 2x^2yz dy + (x^2y^2 - 2z)dz$$

om ytan Γ är orienterad med utåtriktad normal och randkurvan $\partial\Gamma$ är positivt orienterad. (0.4)

c) Beräkna

$$\int_{\gamma} -\frac{y}{x^2 + y^2}dx + \frac{x}{x^2 + y^2}dy + \ln(z^2 + 1)dz,$$

där γ är skärningen mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och planet $x + y + z = 1$, och orienteringen är vald så att kurvan går ett varv runt z -axeln moturs (sett uppifrån). (0.4)

LYCKA TILL !