

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Visa att om vektorfältet  $\mathbf{V} = (P, Q, R)$  är ett potentialfält i  $\mathbb{R}^3$  så är  $\text{rot } \mathbf{V} = \mathbf{0}$ .  
(0.3)

b) Beräkna  $\text{rot } \mathbf{V}$  för vektorfältet

$$\mathbf{V} = \mathbf{r}/r^3, \quad \mathbf{r} \neq \mathbf{0},$$

$$\text{där } \mathbf{r} = (x, y, z) \text{ och } r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (0.2)$$

c) Är  $\mathbf{V} = \mathbf{r}/r^3$  ett potentialfält i området  $\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$ ?  
(0.2)

d) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot d\mathbf{r}$$

$$\text{där } \gamma \text{ är kurvan } \mathbf{r} = (\cos t, \sin t, t(2\pi - t)), \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \quad (0.3)$$

2. Sätt  $\mathbf{F} = \text{grad}(x^2y^2z + z^2)$ .

a) Beräkna divergensen av  $\mathbf{F}$ .  
(0.2)

b) Låt  $K$  vara den kropp som beskrivs av  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \leq 0$ . Beräkna flödet av  $\mathbf{F}$  ut genom den totala begränsningsytan till  $K$ .  
(0.4)

c) Beräkna flödet av  $\mathbf{F}$  ned genom ytan  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0$ .  
(0.4)

LYCKA TILL !