

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Sätt  $\mathbf{F} = (x + y, z + y, xyz)$  och låt  $K$  vara den kropp som beskrivs av

$$x^2 + y^2 \leq z^2, \quad 0 \leq z \leq 3.$$

a) Bestäm divergensen och rotationen av vektorfältet  $\mathbf{F}$ . (0.2)

b) Rita en skiss av kroppen  $K$  och beräkna arean av randen till  $K$ . (0.4)

c) Beräkna flödet av  $\mathbf{F}$  ut ur  $K$ . (0.4)

2. a) Är

$$\mathbf{V} = (2xz + y^2 - x^2, 2yx + z^2 - y^2, 2zy + x^2 - z^2)$$

ett potentialfält i  $\mathbb{R}^3 \setminus \{\mathbf{0}\}$ ? (0.3)

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} (2x - 3yz)dx + (2y - 3xz)dy + (2z - 3xy)dz,$$

där  $\gamma$  är kurvan som ges av  $\mathbf{r}(t) = (\sqrt{t}, e^t \sin t + t \cos t, \sin^2 t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . (0.3)

c) Beräkna arbetet som fältet  $\mathbf{W} = (3z, 2x, y)$  uträttar längs skärningskurvan mellan sfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  och planet  $x + y + z = 0$ . Välj själv orientering och ange vilken orientering du använder. (0.4)

LYCKA TILL !