

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Låt  $K$  vara den kropp som beskrivs av de tre olikheterna

$$x + 2z \leq 4, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 1.$$

Betrakta vektorfältet

$$\mathbf{F} = (x + 2xy, 2z - y^2, z).$$

- Formulera divergenssatsen för  $\mathbf{F}$  och kroppen  $K$ . (0.2)
- Beräkna flödet av  $\mathbf{F}$  ut genom den totala begränsningsytan till  $K$ . (0.4)
- Beräkna flödet av  $\mathbf{F}$  upp genom ytan  $x + 2z = 4$ ,  $x^2 + y^2 \leq 1$ . (0.4)

2. Betrakta planet  $\pi : x + z = 1$ . Låt kurvan  $\gamma$  vara en cirkel i planet  $\pi$  med radie 1 och centrum i punkten  $(a, b, c)$ , och negativt orienterad sett från origo.

- Är  $\mathbf{u} = (y, x, x^2 + y^2)$  ett potentialfält i  $\mathbb{R}^3$ ? (0.2)

- Beräkna 
$$\int_{\gamma} y dx + x dy + (x^2 + y^2) dz$$
 för  $(a, b, c) = (1, 0, 0)$ . (0.4)

- Vad blir 
$$\int_{\gamma} y dx + x dy + (x^2 + y^2) dz$$
 för en godtycklig punkt  $(a, b, c)$  på planet  $\pi$ ? (0.4)

LYCKA TILL !