

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Betrakta ytan Γ som ges av parametriseringen

$$\mathbf{r}(u, v) = ((2 + \cos v) \cos u, (2 + \cos v) \sin u, \sin v), \quad 0 \leq u \leq \pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi.$$

a) Beräkna arean av Γ . (0.5)

b) Planet $x = 0$ skär ytan Γ och bildar kurvan γ . Beräkna kurvintegralen $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{x^2 + y^2 + z^2}$$

och där orienteringen av γ är vald så att kurvan går ett varv moturs i yz -planet. (0.5)

2. Låt K vara området som definieras av

$$K : 0 \leq z \leq 2 - (x^2 + y^2).$$

a) Antag att \mathbf{F} är ett C^1 -vektorfält definierat i hela \mathbb{R}^3 . Formulera divergenssatsen för \mathbf{F} och området K . (0.2)

b) Beräkna flödet av fältet $\mathbf{F} = (ye^z, xe^z, z^2)$ ut ur K . (0.5)

c) Två kurvstycken på randen till K definieras av

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = 2, \quad y \geq 0,$$

och

$$y = 0, \quad z = 2 - x^2, \quad |x| \leq \sqrt{2}.$$

Tillsammans bildar de en sluten kurva som kallas för σ . Välj själv orientering på σ och beräkna kurvintegralen

$$\int_{\sigma} (e^y + x - y)dx + xe^y dy + z^3 dz. \quad (0.3)$$

LYCKA TILL !