

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Sätt $\mathbf{F} = (-2xy - y^2, y^2, z^2)$ och låt K vara den kropp som beskrivas av

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad z \geq 0.$$

- a) Beräkna flödet av fältet \mathbf{F} ut ur kroppen K . (0.5)

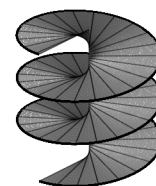
- b) Cylindern $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 1$ skär randen till K för $z > 0$ och bildar kurvan γ .
Beräkna

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

där orienteringen av γ är valt så att kurvan går ett varv runt z -axeln moturs. (0.5)

2. Betrakta ytan Γ som ges av parametriseringen

$$\mathbf{r}(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u), \quad 0 \leq u \leq 6\pi, \quad 0 \leq v \leq 1.$$



- a) Beräkna arean av Γ . (0.5)

Tips: Kom ihåg att

$$\int \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| + C.$$

- b) Beräkna

$$\int_{\gamma} 2xy^2z dx + 2x^2yz dy + (x^2y^2 - 2z) dz$$

längs kurvan γ given av

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t, \\ z = t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 6\pi. \quad (0.5)$$

LYCKA TILL !