

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Är

$$\mathbf{u} = (2xz - x^2 + y^2, 2xy - y^2 + z^2, 2yz - z^2 + x^2)$$

ett potentialfält i $\mathbb{R}^3 \setminus \{\mathbf{0}\}$? (0.3)

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} (x - yz)dx + (y - xz)dy + (z - xy)dz,$$

där γ är kurvan som ges av $\mathbf{r}(t) = (\sqrt{t} \cos t, e^t \sin t, \sqrt{t})$, $t \in [0, 2\pi]$. (0.3)

c) Beräkna arbetet som fältet $\mathbf{u} = (4z, x, 2y)$ uträttar längs skärningskurvan mellan ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ och planet $y = 1$. Kurvan är orienterad medurs sedd från origo. (0.4)

2. Sätt $\mathbf{F} = \text{grad}(zy^2x^2)$.

a) Beräkna divergensen och rotationen av \mathbf{F} . (0.2)

b) Låt K vara den kropp som beskrivas av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $z \geq 0$. Beräkna flödet av \mathbf{F} ut genom den totala begränsningsytan till kroppen K . (0.4)

c) Beräkna flödet av \mathbf{F} upp genom ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$. (0.4)

LYCKA TILL !