

Svar

1a) $g'_x = \frac{2x}{x^2 + y^2}$ och $g'_y = \frac{2y}{x^2 + y^2}$.

b) $\pi/4$

2. $x = 25$ och $y = 75$.

3a) hyperbolisk paraboloid ($k = 0$), parabolisk cylinder ($k = 1$), paraboloid ($k = 2$).

b) $15/4 + (5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})/3$

4. $3\sqrt{3}\pi/2$

5a) grad $f(\pi, 2) = (2\pi, 4)$ och $|(2\pi, 4)| = 2\sqrt{\pi^2 + 4}$.

b) $2\pi x + 4y - z = \pi^2 + 4$

c) $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 0$ och

$$f(x, y) - f(0, 0) = 0 + 0 + \sqrt{x^2 + y^2}\rho(x, y),$$

där $|\rho(x, y)| \leq \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 0$ då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$.

6a) Vi har

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{y - x^2 - 1}{y^3/2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2x}{y^2} \right) = -\frac{4x}{y^3}$$

och D är enkelt sammanhängande. Vidare är

$$U(x, y) = \frac{x^2 + 1}{y^2} - \frac{2}{y} + 1.$$

b) Endast punkten $(0, 1)$ i vilken U antar sitt minsta värde ($= 0$). Värdemängden till U är intervallet $[0, \infty[$.

c) $y(x) = \frac{x^2 + 1}{2}$