LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
FLERDIMENSIONELL ANALYS
2018-10-31, kl 14 - 19

INGA HJÄLPMEDEL.
Motivera lösningarna väl.

1. Beräkna

$$\iint_D 3x \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$

där D är det ändliga område som begränsas av parablerna $y = 1 - (x-1)^2$ och $y = x^2$.

2. Bestäm de lösningar till differentialekvationen

$$y f'_x + f'_y = -y^3$$

som uppfyller

$$f(x, 0) = x^2$$

exempelvis genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u = 2x - y^2, \\ v = y. \end{cases}$$

3. Låt $f(x, y) = x^2 - yx^2 + y + y^2$.

a) Bestäm alla stationära punkter till f och ange deras karaktär. (0,5)

b) Bestäm största och minsta värde av f på enhetscirkelskivan $x^2 + y^2 \leqslant 1$. (0,5)

4. Bestäm tangentplanet till paraboloiden $x^2 + 2y^2 - 3z = 0$ i punkten $(2, 1, 2)$. Finn även de punkter på paraboloiden där ytans tangentplan är parallellt med planet $2x - 4y - z = 2018$.

5. **a)** Visa att om kraftfältet (P, Q) är ett potentialfält så är $\dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial Q}{\partial x}$. (0,3)

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma \frac{x^2 - 2y^2}{x^2 y} \, \mathrm{d}x + \frac{2y^2 + xy^2 - x^2}{xy^2} \, \mathrm{d}y$$

längs parabeln $y = \frac{1}{4}(x^2 + 3)$ från $(1, 1)$ till $(3, 3)$. (0,7)

6. Medelvärdet av en funktion $f(x, y, z)$ över en kropp K kan beräknas genom

$$\frac{1}{\mu(K)} \iiint_K f(x, y, z) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z$$

där $\mu(K)$ är volymen av K. Låt nu K vara ett klot med radien R. Beräkna medelvärdet av avståndet till klotets rand för punkter i klotet.

LYCKA TILL!