LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

Svar och anvisningar
Flerdimensionell Analys 170317

1. $f_{max} = 8, \quad f_{min} = -27/16.$

2. a) $15x + 14y - z - 28 = 0$

b) $15x + 14y - 44 = 0$

c) $\frac{59}{120}$

3. a) Randen består av tre delar, en bit x-axel, en bit cirkel och en bit y-axel. Integralerna på dessa är i tur och ordning $6 - \frac{34}{3} + 0 = -\frac{16}{3}$.

b) Använder vi Greens formel får vi dubbelintegralen $-2\iint_D y dx dy$ där D är kvartscirkelskivan. Den integralens vars värde är samma som i a)

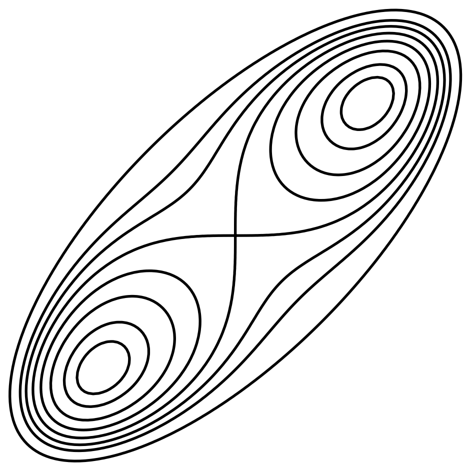
c) f måste vara sådan att $Q'_x = P'_y$, vilket ger oss differentialekvationen $f'(x) - \frac{1}{x}f(x) = 0$, som i sin tur har lösningarna $f(x) = Cx$. Vi får därför en exakt differentialform, vilket betyder att integralen över varje sluten kurva är noll.

4. a) Riktningsderivatan är $13\sqrt{2}$. Den riktning det är brantast i är riktningen $(-12, 1)$.

b) Den högsta höjden på stigen är $1 + 3\sqrt{2}$, vilka erhålls i punkterna $\pm(\frac{1}{4}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ i kartan.

5. a) $(0, 0)$ är en sadelpunkt medan $\pm(1, 1)$ båda är lokala maxima.

b)



6. Vi ska välja $x(t)$ sådan att $x'(t) = x(t)$, så att $x(t) = ae^t$. Löser vi ekvationen $r' = -r^2$, som är en separabel differentialekvation, får vi att

$$r(t) = \frac{a}{at + 1}.$$

Utskrivet blir detta att

$$u(ae^t, t) = \frac{a}{at + 1} \quad \Leftrightarrow \quad u(x, t) = \frac{xe^{-t}}{txe^{-t} + 1} = \frac{x}{tx + e^t}.$$