LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA **Svar och anvisningar**
MATEMATIK **Flerdimensionell Analys 180316**

1. $\frac{155}{48}$.

2. a) Punkterna $(\pm 1, 0)$ är de lokala extrempunkterna (lokala maxima, origo är en sadelpunkt).

b) $2x + y = 7$.

3. a) $-\frac{2}{3}$.

b) En potentialfunktion ges av

$$F(x, y) = e^{xy + x^2/2}$$

så integralen $= F(1,1) - F(0,0) = e^{3/2} - 1$. Detta visar att integralen är oberoende av vägen.

4. a) $f_{max} = 8, \quad f_{min} = -10$.

b) Värdet varierar mellan $-3^{3/4}/4$ och $3^{3/4}/4$.

5. a) Se boken, exempel 4.29, sid 135. Den slutliga lösningen är

$$f(x, t) = G(x - ct) + H(x + ct)$$

där G och H är godtyckliga, två gånger deriverbara, funktioner av en variabel.

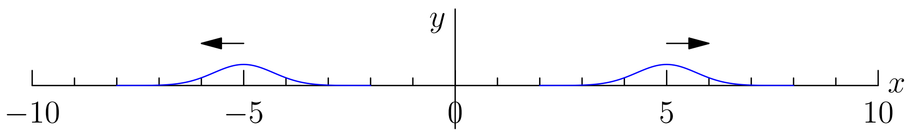
b) Vi har att $\partial f/\partial t = -G'(x - t) + H'(x + t)$, så villkoret $\partial f/\partial t(x, 0) = 0$ medför att $G'(x) = H'(x)$, och alltså $H(x) = G(x) + C$ för någon konstant C. Men då blir

$$f(x, 0) = 2G(x) + C = \phi(x) \quad \Rightarrow \quad G(x) = (\phi(x) - C)/2.$$

Då blir

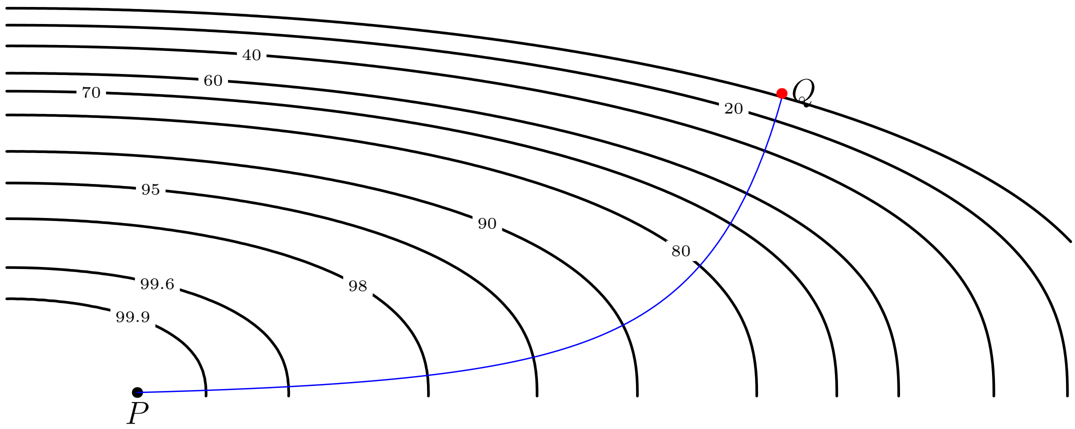
$$f(x, t) = (\phi(x - t) - C)/2 + (\phi(x + t) + C)/2 + C = \frac{1}{2}(\phi(x - t) + \phi(x + t)).$$

Vi får alltså en våg som går åt höger och en som går åt vänster, likadana som $f(x, 0)$ men hälften så höga.



6. a) Riktningen är $(100, e)$. Notera att vi söker riktningen av minus gradienten.

b) Vägen ska skära nivåkurvorna vinkelrät hela vägen.



c) Villkoret är att i varje punkt (x, y) på kurvan gäller att tangentens riktningskoefficient $\phi'(x)$ ska vara samma som riktningskoefficienten för gradienten, alltså $10y^{3/2}/x$. Men $y = \phi(x)$ så detta ger oss differentialekvationen

$$\phi'(x) = \frac{10\phi(x)^{3/2}}{x}, \qquad \phi(1/e) = 1/100,$$

som har lösningen $\phi(x) = 1/(5(1 - \ln x))^2$.