LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
FLERDIMENSIONELL ANALYS
2017-01-03 kl 8–13

INGA HJÄLPMEDEL.
Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D x\sqrt{y-x^2}\,dxdy,$$

där D är området i den första kvadranten som begränsas av linjerna $x=0$ och $y=1$ samt kurvan $y=x^2$.

2. Låt $f(x,y)=x^2+y^3-2xy$.

a) Bestäm riktningsderivatan av f i punkten $(2,1)$ i riktningen $(1,1)$. (0.3)

b) Bestäm den riktning i vilken riktningsderivatan av f är störst i punkten $(2,1)$, och ange även den största riktningsderivatan. (0.2)

c) Bestäm alla lokala extrempunkter till f. (0.5)

3. Bestäm alla lösningar till den partiella differentialekvationen

$$xf'_x+f'_y=x+1,\quad x>0,$$

exempelvis genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u=x+y,\\ v=xe^{-y}.\end{cases}$$

Bestäm också den lösning som uppfyller att $f(x,0)=x^2$.

4. Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma -y^3\,dx+x^3\,dy$$

då

a) γ är det räta linjestycket från $(1,0)$ till $(0,1)$, (0.4)

b) γ är cirkeln $x^2+y^2=1$ genomlöpt ett varv i positiv led. (0.6)

5. Bestäm volymen av den kompakta kropp som begränsas av ytan $z=x^2+2y^2$ och planet $2x+8y-z=0$.

6. Bestäm eventuella största och minsta värde av $f(x,y)=e^{-xy}$, dels på området

$$D_1=\{(x,y)\,;\,x\geq 1, y\geq 0\},\qquad \text{och dels på området}$$

$$D_2=\{(x,y)\,;\,x\geq 1, y\geq 0, x^2+y^2\leq 4\}.$$

LYCKA TILL!