

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D xy e^{(x^2+y^2)^2} dx dy,$$

där D är området som ges av olikheterna $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq x$ och $x \geq 0$.

2. Låt $f(x, y) = (y - 1)e^{x^2-y}$.

a) Bestäm alla stationära punkter till f . Har f någon lokal extrempunkt?. (0.5)

b) Bestäm största och minsta värde av f på området $D = \{(x, y); x^2 \leq y \leq 1\}$. (0.5)

3. Låt γ vara kurvan $y = x^2 + 1$ från $(-1, 2)$ till $(1, 2)$. Beräkna kurvintegralerna

a) $\int_{\gamma} 1 dx + 2y dy$, (0.5)

b) $\int_{\gamma} \frac{1}{y^2 + x} dx + \frac{2y}{y^2 + x} dy$. (0.5)

4. a) Beräkna riktningsderivatan av $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 4z^2$ i punkten $(1, -2, 1)$ i riktningen $(2, -1, -2)$. (0.3)

b) Bestäm tangentplanet till ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 13$ i punkten $(1, -2, 1)$. (0.2)

c) Bestäm alla värden på talet C sådana att planet $x + 2y - z = C$ tangerar ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 13$. (0.5)

5. Bestäm alla lösningar till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

exempelvis genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u = x, \\ v = ye^x. \end{cases}$$

6. Låt E vara ellipsoiden med ekvation $x^2 + 2y^2 + z^2 = 2x + 2z + 30$.

a) Beräkna volymen av kroppen som begränsas av E . (0.3)

b) Bestäm största och minsta avstånd från E till origo. (0.7)

LYCKA TILL!