

INGA HJÄLPMEDEL. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng. Dina lösningar, som ska vara försedda med ordentliga motiveringar, skannar du in efter varje avslutad del och laddar upp till Canvas. Skriv in dina svar i Canvas innan du avslutar quizet.

Godkäntdel

För att bli godkänd krävs dels högst en uppgift med 0 poäng av dessa sex uppgifter, dels minst 9 poäng av 18 möjliga.

1. Beräkna integralen

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{(x + 1)^2(x - 2)} dx.$$

2. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'e^{-x} - y^2 \sin x = 0, \quad y(0) = 1.$$

3. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{2x} - \sin x - \ln(1 + 2x^2)}{x^3}.$$

4. En kran läcker vatten som samlas i en pöl på golvet. Varje timme sipprar 1,5 liter vatten ut på golvet. Samtidigt avdunstar 8% av vattnet i pölen per timme. Ange ett uttryck för volymen av vattnet i pölen efter t timmar från att kranen börjat läcka. Bestäm också gränsvärdet som volymen av vattnet i pölen så småningom kommer att närma sig.

5. Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$z^2 + (2 - 2i)z - 10i = 0.$$

6. Låt D vara det begränsade område av xy -planet som innesluts av x -axeln samt kurvstycket

$$y = \sqrt{x} \sin(x^2), \quad 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}.$$

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då D roterar ett varv kring x -axeln.

VAR GOD VÄND!

Överbetygsdel

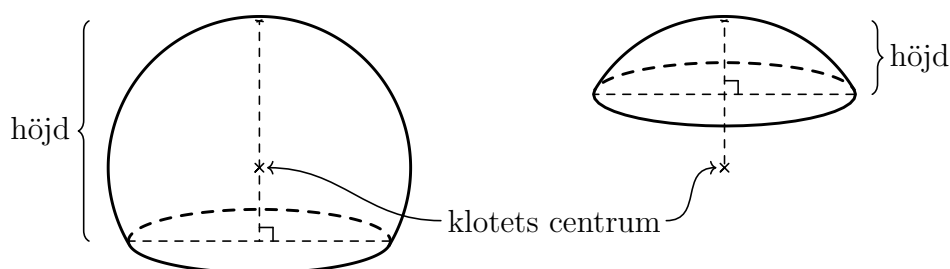
Om du klarat föregående del har du chans på överbetyg. För att få betyg 4 krävs minst 3 poäng på denna del. För betyg 5 krävs minst 6 poäng.

7. Låt $s = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ och låt s_n vara den n :te delsumman till denna serie, dvs. $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$. Visa med integraluppskattning att det, för varje positivt heltal n , gäller att

$$s_n + \frac{1}{n+1} \leq s \leq s_n + \frac{1}{n}.$$

8. Ett plan som skär ett klot delar klotet i två klotkalotter. Klotkalotternas höjder definieras enligt figurerna nedan.

Låt K vara en klotkalott med höjd h i ett homogent klot med radien 1. Bestäm avståndet mellan tyngdpunkten hos K och klotets centrum. (Det behöver inte visas att tyngdpunkten ligger längs klotkalottens rotationsaxel, dvs. längs den lodräta streckade linjen i figurerna.)



9. Låt funktionen f definieras av att

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{då } x \neq 0, \\ 1 & \text{då } x = 0. \end{cases}$$

Beräkna integralen $\int_0^1 f(x) dx$ med ett fel mindre än 0,0001.

LYCKA TILL!