TENTAMENSSKRIVNING **ENDIMENSIONELL ANALYS**
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA **DELKURS B1**
MATEMATIK **EXEMPELSKRIVNING**

Inga hjälpmedel är tillåtna. För att du skall kunna erhålla full poäng skall dina lösningar vara läsvärda och försedda med ordentliga motiveringar. Lämna tydliga svar. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng. Eventuell bonuspoäng erhålls antingen *på godkäntdelen eller överkursdelen.*

Godkäntdel

För att bli godkänd krävs dels högst en uppgift med 0 poäng av dessa sex uppgifter, dels minst 9 poäng (här kan eventuell bonuspoäng räknas in) av 18 möjliga.

1. *Till denna uppgift krävs endast svar. Eventuella lösningar kommer ej att bedömas. 0–3 rätt ger 0 poäng, 4 rätt ger 1 poäng, 5 rätt ger 2 poäng och 6 rätt ger 3 poäng.*

   a) Ange det exakta värdet av $\tan 60°$.
   b) Skriv $\ln 12 - 2\ln 2$ som en enda logaritm. Förenkla så långt som möjligt.
   c) I en triangel är två sidor 1 cm och vinkeln mellan dem är 60°. Hur lång är den tredje sidan?
   d) Lös olikheten $x^2 + 5x + 4 \leq 0$.
   e) Lös ekvationen $\sqrt{x-1} = \sqrt{3-3x}$.
   f) Lös ekvationen $16^x + 12 \cdot 4^x + 32 = 0$.

2. Beräkna gränsvärdena

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 + \ln x}{x^3 \arctan x}, \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{x^3 - 1}, \qquad \lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2-3}\right).$$

3. Definiera vad som menas med absolutbeloppet av x, och lös ekvationen $x^2 + |x| = 1$.

4. Definiera vad som menas med att en funktion är deriverbar, samt bestäm $\frac{d^2}{dx^2}e^{\sin x}$.

5. Skissera grafen till funktionen $f(x) = \ln(3 + x^2) - \ln|1 + x|$. Bestäm alla stationära punkter, extrempunkter och asymptoter.

6. I triangeln ABC är $\angle A = 90°$. Från hörnet A dras medianen AM, bisektrisen AK och höjden AH. Visa att sträckan AM är lika lång som sträckan MB och att $\angle MAK = \angle KAH$.

Överbetygsdel

Om du klarat föregående del har du chans på överbetyg. För att få betyg 4 krävs minst 4 poäng på denna del. För betyg 5 krävs minst 7 poäng.

7. En triangel begränsas av x-axeln och de två linjerna $y = x/k + k$ och $y = kx$, för något $k > 1$. Bestäm den minsta möjliga arean som en sådan triangel kan ha.

8. Då en person befinner sig i en varmluftsballong h km ovanför jordytan är avståndet till horisonten d km. Ballongen stiger rakt upp med konstant fart 1 km/h. Jorden kan betraktas som ett klot med radien R km.

   a) Med vilken hastighet ökar avståndet till horisonten då personen befinner sig på höjden 3 km? Svaret får endast innehålla R som obekant.

   b) Vid vilken höjd $h \geq 2$ ökar avståndet till horisonten snabbast?

9. Bestäm koefficienten framför x^{50} i polynomet

$$(1+x)^{1000} + (1+x)^{999}x + (1+x)^{998}x^2 + \cdots + (1+x)x^{999} + x^{1000}.$$

10. Bestäm ett 5:e-gradpolynom p sådant att $\sin(5\theta) = p(\sin\theta)$ för alla $\theta \in \mathbb{R}$, och använd sedan detta för att bestämma ett uttryck för $\sin(\pi/5)$.