

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 8 av 10 rätt på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna ska förses med ordentliga motiveringar utom på uppgift 1 där endast svar skall anges.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. (0.1/st)

a) Vad är $\tan 330^\circ$? Ange det exakta värdet.

Svar: _____

b) Beräkna $\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{5}$.

Svar: _____

c) Lös ekvationen $\sqrt{-2x^2 - 1} = -x$.

Svar: _____

d) Lös ekvationen $3^{-6} \cdot 3^2 = 3^x$.

Svar: _____

e) Lös olikheten $x^2 - 5x - 9 > -x - 4$.

Svar: _____

f) Lös ekvationen $\ln(2x - 2) - \ln(2x - 4) = \ln 4$.

Svar: _____

g) Lös ekvationen $(-x + 2)^2 = 4^2$.

Svar: _____

h) Förenkla $\frac{\frac{50x}{x+4}}{\frac{10x}{4x+16}}$.

Svar: _____

i) Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1+3x)}$.

Svar: _____

j) Vad är derivatan av $\cos(x^2 + 1)$?

Svar: _____

VAR GOD VÄND!

2. a) Skriv $\sqrt{3}\sin x - \cos x$ på formen $A \sin(x + \phi)$. (0.3)

b) Lös ekvationen $\ln(\ln(e + \ln|x + 1|)) = 0$. (0.3)

c) Lös ekvationen $1 - |x| + |x|^2 - |x|^3 = 0$. (0.4)

3. a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^4 + (\ln x)^5}{3x^3 + 4x^4 + (\ln x)^6}$ (0.3)

b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) \ln x$. (0.3)

c) Beräkna koefficienten för x^2 i uttrycket $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$. (0.4)

4. Skissera grafen till funktionen

$$f(x) = \arctan(x) - \arctan\left(\frac{1}{x}\right).$$

Ange funktionens nollställen, lokala/globala extrempunkter och asymptoter.

5. a) Låt f vara en reellvärd funktion. Bestäm alla implikationer mellan följande påståenden:

A: f^2 är jämn.

B: f är udda.

(Ge bevis eller motexempel).

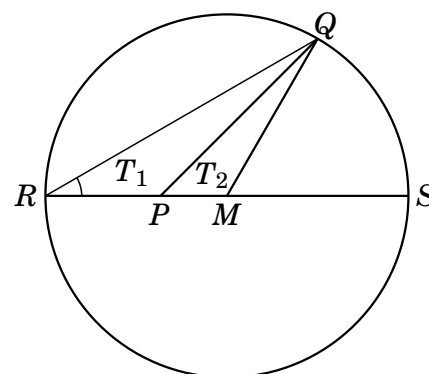
(0.4)

b) När man dricker en kopp kaffe omsätts koffeinet i kroppen enligt formeln

$$K(t) = C(e^{-bt} - e^{-at}),$$

där $t \geq 0$ är tiden från och med man tar kaffet och $K(t)$ är mängden koffein. C är en positiv konstant, a kallas absorptionskoefficienten och b utsöndringskoefficienten. Låt $a > b > 0$. Beräkna vid vilken tidpunkt efter intaget mängden koffein i kroppen är som störst. (0.6)

6. På en cirkel med radie 1 och medelpunkt M ritas sträckorna QR , QP , QM från punkten Q på randen till diametern RS (se figuren). Linjerna bildar trianglarna T_1 och T_2 . Linjen QP är en bisektris till vinkeln RQM , medan vinkeln QRS är 30° .



a) Bestäm alla vinklarna i trianglarna T_1 och T_2 . (0.4)

b) Bestäm arean för triangeln T_1 . (0.6)

LYCKA TILL!