

Lösningarna på uppgifterna 2-6 skall vara försedda med ordentliga motiveringar. För uppgift 1 krävs endast svar. Nödvändigt men icke tillräckligt villkor för godkänt är 8 av 10 rätt på uppgift 1. INGA HJÄLPMEDEL.

NAMN eller ANONYMKOD:
PROGRAM:

1. a) Ange det exakta värdet av $\tan 60^\circ$.

- b) Lös ekvationen $\ln(x + 2) + \ln(-x + 9) = \ln 28$.

- c) Lös ekvationen $(x - 2)(x + 5) = x - 7$.

- d) Skriv $\ln 12 - 2 \ln 2$ som en enda logaritm. Förenkla så långt som möjligt.

- e) I en triangel är två sidor 1 cm och vinkeln mellan dem 60° . Hur lång är den tredje sidan?

- f) Lös ekvationen $16^x + 12 \cdot 4^x + 32 = 0$.

- g) Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1}$.

- h) Lös olikheten $x^2 + 5x + 4 \leq 0$.

- i) Lös ekvationen $\frac{1}{x^3 + 3x} = \frac{1}{19x}$.

- j) Lös ekvationen $\sqrt{x - 1} = \sqrt{-3x + 3}$.

Var god vänd!

2. a) Lös olikheten $|3x + 1| - |2x - 1| \geq 0.$ (0.3)

b) Lös ekvationen $\arccos(\cos x) = \frac{\pi}{4}.$ (0.3)

c) Bestäm koefficienten framför x^7 i uttrycket $(x^2 + \frac{1}{x})^5.$ (0.4)

3. Skissera grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^5}{x^4 - 1}.$$

Bestäm samtliga stationära punkter, extrempunkter och asymptoter.

4. a) Lös ekvationen $\cos(2x) = 3 \sin(x) - 1.$ (0.5)

b) Låt
$$f(x) = \begin{cases} x \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Avgör huruvida $f(x)$ är kontinuerlig och deriverbar på $\mathbb{R}.$ (0.5)

5. a) Ge exempel på en funktion som är injektiv men ej monoton på ett intervall $I \subset \mathbb{R}.$ (0.3)

b) Hur många lösningar har ekvationen

$$|x|e^{-|x|} = a,$$

för olika reella värden på $a?$ (0.7)

6. Med en cirkelskiva av radie R vill man konstruera en kon genom att klippa bort en cirkelsektor med vinkel φ och sedan limma ihop de raka kanterna i det som är kvar av skivan. Bestäm φ så att konen får största möjliga volym.

LYCKA TILL!