

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 8 av 10 rätt på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna ska förses med ordentliga motiveringar utom på uppgift 1 där endast svar skall anges.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. (0.1/st)

a) Skriv polynomet  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$  som en produkt av förstgradsfaktorer.

Svar: \_\_\_\_\_

b) Ange en vinkel  $\alpha$  mellan 0 och 360 grader sådan att  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  och  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Låt  $l$  vara linjen som går genom punkten  $(4, 5)$  och är parallell med linjen  $y = -2x$ . Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ .

Svar: \_\_\_\_\_

d) Lös ekvationen  $\ln(x + 2) + \ln(-x + 6) = \ln 15$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Lös olikheten  $x^2 - 2x - 6 < 2x - 1$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Lös ekvationen  $\sqrt{-2x - 3} = \sqrt{x - 1}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Förenkla  ${}^4\log 16^2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Lös ekvationen  $4^{-18/7} \cdot 4^x = 4^{-2}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Beräkna gränsvärdet:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 5x^2 + 3x - 3}{3x^3 - x^2 - 5x + 4}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

j) Vad är derivatan av  $\cos(1 - x)$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

VAR GOD VÄND!

2. a) Skriv  $\sin x - \sqrt{3} \cos x$  på formen  $A \sin(x + \phi)$ . (0.3)

b) Lös ekvationen  $4^x - 2^x - 6 = 0$ . (0.3)

c) Lös ekvationen  $x^2 + |x| = 1$ . (0.4)

3. a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{3}{4}\right)^k$ . (0.3)

b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 - 3}\right)$ . (0.4)

c) Använd derivatans definition för att härleda ett uttryck för derivatan av funktionen  $f(x) = x^3$ . (0.3)

4. Skissera grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 2}.$$

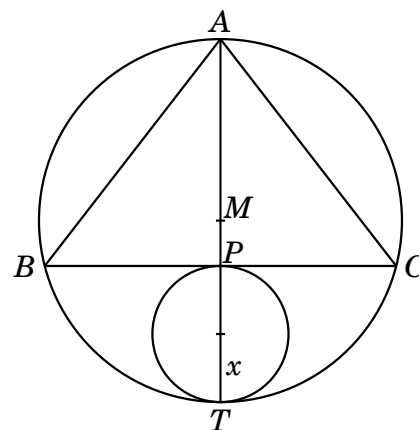
Ange funktionens nollställen, lokala extrempunkter och eventuella asymptoter.

5. a) Formulera medelvärdessatsen och förklara dess innehåll med en figur. (0.2)

b) Bevisa, med hjälp av medelvärdessatsen, att om en funktion definierad på ett intervall har en derivata som är positiv så är funktionen strängt växande. (0.2)

c) Bestäm samtliga värden på  $a$  sådana att funktionen  $f(x) = x^2 e^{-x} - a$  har exakt ett nollställe i området  $\{x \geq 1\}$ . (0.6)

6. En cirkel med radie  $x$ , där  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ , vilar innanför en större cirkel med radie 1. Cirklarna tangerar varandra i punkten  $T$ . Låt  $M$  vara mittpunkten i den stora cirkeln och drag radien  $MT$  samt dess förlängning, diametern  $AT$  (se figuren). Förutom i  $T$  skär diametern  $AT$  den lilla cirkeln i punkten  $P$ . En tangent till den mindre cirkeln dras genom  $P$  och träffar den stora cirkeln i punkterna  $B$  och  $C$ .



a) Uttryck arean av triangeln  $ABC$  som funktion av  $x$ . (0.3)

b) Bestäm det värde på  $x$  som ger störst area för triangeln. (0.7)

LYCKA TILL!