

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1 Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1 / styck)

a) Förenkla  $\frac{9^3}{3^4 \cdot 9^4}$  till en potens av 3. Svara med exponenten.

Svar: \_\_\_\_\_

b) Bestäm konstanten  $a$  så att  $x = 1$  löser ekvationen  $x^2 - 5x + a = 0$ .

Svar:  $a =$  \_\_\_\_\_

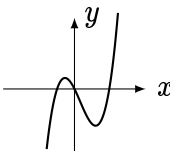
c) Förenkla uttrycket  $\frac{\frac{18x}{x+3}}{\frac{6x}{4x+12}}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

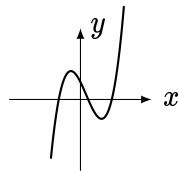
d) Låt  $l$  vara linjen som går genom  $(-5, 1)$  och har riktningskoefficient 2. Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ . Svar:  $y =$  \_\_\_\_\_

e) Lös  $\sqrt{-2x^2 - 1} = x$ .

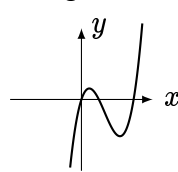
Svar: \_\_\_\_\_

f) Här är grafen  $y = f(x)$ : 

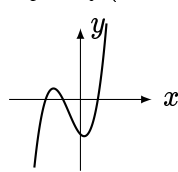
Vilken av nedanstående grafer svarar mot  $y = f(x + 1)$ ? (Ringa in rätt svar.)



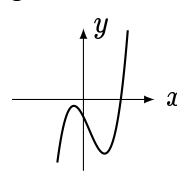
1)



2)



3)



4)

g) Lös ekvationen  $\ln(-4x + 2) - \ln(-2x - 2) = \ln 4$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Lös olikheten  $x^2 + 4x > 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Lös  $\frac{1}{x^2 + 2x} = -\frac{1}{x}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

j) Lös  $4^4 4^x = 4^5$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Anonymkod:	
Personlig identifierare:	

Var god vänd

2 a) Beräkna andraderivatatan till  $f(x) = \sqrt{\ln x}$ . (0.4)

b) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^{2x} - 1}$ . (0.2)

c) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{\sqrt{x}}$ . (0.4)

3 a) Låt  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{2x}$ . Skissa grafen till funktionen  $f$ . Ange speciellt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (0.5)

b) Låt  $g(x) = 2 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x$ . Skriv  $g(x)$  på formen  $A \sin(x + \phi)$  och skissa grafen. (0.5)

4 a) Definiera vad som menas med en jämn funktion. (0.2)

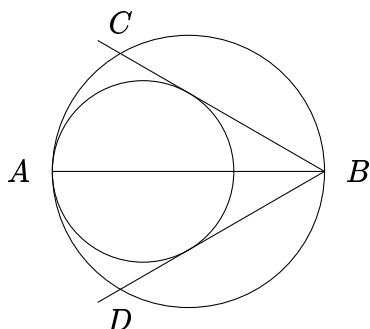
b) Låt  $f$  vara en deriverbar funktion på  $\mathbb{R}$ . Ange alla ekvivalenser/implikationer mellan följande utsagor. (Såväl förekomst som avsaknad av implikation ska motiveras.)

A:  $f$  är jämn.

B:  $f'(0) = 0$ .

C:  $f$  har ett lokalt maximum i 0. (0.4)

c)



Två cirklar har centrum på linjen genom punkterna A och B och tangerar varandra i A. Den mindre cirkeln syns från punkt B under vinkeln  $\frac{\pi}{3}$ , det vill säga vinkeln  $CBD$  är  $\frac{\pi}{3}$ . Beräkna förhållandet mellan cirklarnas areor. (0.4)

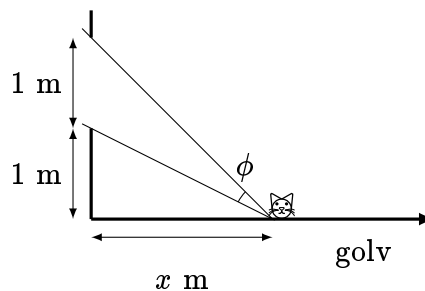
5 a) Skriv upp och härled formeln för geometrisk summa. (0.5)

b) Bestäm  $x^7$ -termen i polynomet

$$1 + (1 + x) + (1 + x)^2 + \dots + (1 + x)^{11}.$$

Svaret ska förenklas så långt som möjligt. (0.5)

6 För att kunna se många fåglar, vill en katt lägga sig på golvet så att synvinkeln  $\phi$  ut ur det 1 meter höga fönstret blir så stor som möjligt, se figuren. Finn det värde på  $x$  som ger det största möjliga värdet på vinkeln  $\phi$ .



**LYCKA TILL!**