

INGA HJÄLPMEDEL. Varje uppgift ger högst 1.0 poäng. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng totalt. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Till nedanstående uppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1/deluppgift)

a) Ange  $e^x$  om  $x = \ln 4 - \ln 5$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Lös ekvationen  $3^{1/2} \cdot 3^x = 3^2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Låt  $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ . Beräkna  $f(-1)$ .

Svar: \_\_\_\_\_

d) Låt  $l$  vara linjen som går genom punkten  $(1, 5)$  och är parallell med linjen  $y = -3x + 4$ . Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Ange det exakta värdet av  $\cos 315^\circ$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Ange inversen till funktionen  $f(x) = \ln(-x)$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Lös ekvationen  $\ln(3x + 2) - \ln(3x + 4) = \ln 3$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Lös olikheten  $-x^2 + 5x - 4 > 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Lös ekvationen  $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{9x}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

j) Lös ekvationen  $\sqrt{4x + 3} = \sqrt{x + 1}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Anonymkod	
Personlig identifierare	

Var god vänd

2. Rita de tre kurvorna

$$y = |x + 3|, \quad x^2 + y^2 = 4y \quad \text{och} \quad y = x^2 e^{-x}.$$

3. Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3e^x - 2^x + 5x^{100}}{4e^x + \ln x} \quad (0.3)$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2x - \pi}{\cos x} \quad (0.3)$$

$$\text{c) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{6} + h\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{h}, \text{ där } f(x) = \tan 2x. \quad (0.4)$$

4. Utred alla implikationer mellan följande utsagor:

$$A: \quad -1 \leq x \leq 0$$

$$B: \quad \sum_{k=0}^{\infty} x^k \text{ är konvergent}$$

$$C: \quad \arcsin x \leq 0$$

$$D: \quad x \text{ tillhör värdemängden för funktionen } f(t) = \frac{2 \arctan t - \pi}{2\pi}$$

$$E: \quad |3x + 2| \leq x + 2$$

5. a) Formulera och bevisa randvinkelsatsen. (0.5)

b) Givet fyra punkter  $A, B, C, D$  (i ordning) på en cirkel. Visa att

$$AB \parallel CD \iff \text{båglängden } AD = \text{båglängden } BC. \quad (0.5)$$

6. Ett belopp  $x$  ska investeras i en räntefond som ger 5% ränta per år. När räntan är tillagd efter varje år, så dras direkt en administrativ avgift om 10 kr.

a) Hur mycket måste man investera för att beloppet garanterat ska växa från ett år till nästa? (0.2)

b) Värdet av investeringen efter  $n$  år kan skrivas på formen  $A(x)1.05^n + B$ . Ange funktionen  $A(x)$  samt konstanten  $B$  (där  $A$  och  $B$  inte beror av  $n$ ). (0.4)

c) Om man vill ta ut sin investering efter en tid som inte är precis ett helt antal år, så används formeln i deluppgift b) för att beräkna värdet även då  $n$  inte är ett heltal. Låt  $T$  vara den tid då det ursprungliga beloppet har fördubblats. Skissera  $T$  som en funktion av  $x$ . Kan en investering fördubblas på 13 år?  
(Liten tabell:  ${}^2\log 1.05 \approx 1/14$ .) (0.4)