

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng på skrivningen totalt. Lämna tydliga svar om så är möjligt.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1 /styck)

a) Faktoriser polynomet  $x^2 + 7x + 12$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Låt  $l$  vara linjen som går genom punkten  $(-3, 3)$  och är parallell med linjen  $y = 2x - 1$ . Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Lös ekvationen  $\sqrt{-2x^2 - 10} = x$ .

Svar: \_\_\_\_\_

d) Lös ekvationen  $7^{-7/2} \cdot 7^4 = 7^x$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Lös olikheten  $-x^2 - 2x + 3 > 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Lös ekvationen  $x(x + 5) = x - 3$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Lös ekvationen  $\ln(x - 4) + \ln(x + 1) = \ln 6$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Ange alla vinklar  $\alpha$  mellan 0 och 360 grader så att  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$  och  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Skriv  $3 \lg 4 - \lg 8$  som en enda logaritm.

Svar: \_\_\_\_\_

j) Lös ekvationen  $\sqrt{4x + 4} = \sqrt{x + 2}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Anonymkod	
Personlig identifierare:	

V. g. vänd

2. a) Bestäm alla  $x$  som löser ekvationen

$$|x + 3| - |2x - 1| = 1. \quad (0.3)$$

- b) För vilka reella tal  $a$  gäller att  $x + 2$  delar polynomet  $x^3 - 3ax - a^2$ ? (0.3)

- c) Beräkna andraderivatan av funktionen  $\sqrt{\cos(x)}$ . (0.4)

3. a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + \ln x}{x^3 \arctan x}$ . (0.3)

- b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x - 1)}{x^3 - 1}$ . (0.3)

- c) Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan  $y = \frac{x^2 - 2|x| + 3}{x + 1}$ . (0.4)

4. a) Formulera och bevisa först areasatsen och sedan sinussatsen. (0.5)

- b) Bestäm alla  $x$  som löser ekvationen

$$\cos(2x) - \sqrt{3} \sin(2x) = \sqrt{2}.$$

Svaret får **inte** innehålla inversa trigonometriska funktioner. (0.5)

5. a) Bestäm *antalet* reella nollställen till polynomet

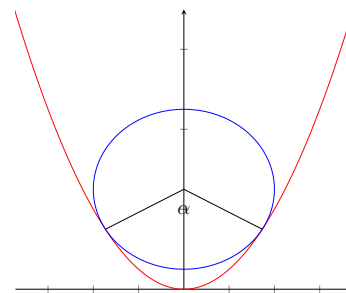
$$x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

Bestäm därefter ett intervall som har längden  $\frac{1}{2}$  och som säkert innehåller minst ett av dessa nollställen. (Försök inte gissa en rot och glöm inte att motivera dina påståenden.) (0.5)

- b) Alice behöver 1000 kr snabbt och tar därför ett lån av Ärlige Harry som har 25% ränta per månad. Räntan läggs på den siste i varje månad och samma dag ska Alice betala 300 kr på lånet. Efter hur många månader är hon skuldfri och hur mycket har hon betalt Ärlige Harry då? Använd siffrorna i nedanstående tabell (som inte är helt korrekt): (0.5)

$x$ :	2	3	5	7
$\ln(x)$ :	0.69	1.07	1.60	1.95

6. a) Cirkeln i figuren till höger har radien 1 och tangerar kurvan  $y = x^2$  i två olika punkter. Bestäm cirkelns medelpunkt samt vinkeln  $\alpha$  mellan radierna till tangeringspunkterna (se figuren). (0.5)



- b) Bestäm ett 5:e-gradspolynom  $p(x)$  sådant att

$$\sin(5\theta) = p(\sin \theta)$$

för alla  $\theta$  och använd sedan detta till att bestämma ett uttryck för  $\sin \frac{\pi}{5}$ . (0.5)

**LYCKA TILL !**