

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar, förutom uppgift 1 där endast svar krävs. Nödvändigt dock ej tillräckligt villkor för godkänt är 8 av 10 rätt på uppgift 1.

NAMN och PERSONNUMMER:

PROGRAM:

1. a) Ange det exakta värdet av $\sin(225^\circ)$.

b) Lös ekvationen $\sqrt{x-6} = 7$.

c) Lös ekvationen $x^3 + x^2 - 2x = 0$.

d) Lös ekvationen $\ln(-4x+3) - \ln(-4x+4) = \ln 2$.

e) I en rätvinklig triangel är en katet 9 cm och vinkeln mellan denna katet och hypotenusan 60° . Hur lång är den andra kateten?

f) Lös olikheten $-x^2 + 5x - 4 > 0$.

g) Skriv uttrycket $\sqrt{32} + \sqrt{2}$ på formen $a\sqrt{2}$, där a är ett heltal.

h) Ange e^x om $x = \ln 4 - 2 \ln 3$. Svaret får ej innehålla logaritmer.

i) Förenkla uttrycket $(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}) / (\frac{1}{y} - \frac{1}{x})$ så långt som möjligt.

j) En linje går genom punkterna $(2, -2)$ och $(6, -4)$. Bestäm linjens ekvation på formen $y = kx + m$.

Var god vänd!

2. a) Låt

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

Bestäm samtliga asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Bestäm också alla lokala extrempunkter och rita grafen till $f(x)$. (0.7)

b) Lös ekvationen

$$|x - 4| + |x + 1| = 5x. \quad (0.3)$$

3. a) Bestäm gränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + x^{10} + {}^2 \log x}{3 \cdot 2^x + x^4 + {}^5 \log x} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$$

i de fall de existerar. (0.4)

b) Bestäm den konstanta termen i uttrycket

$$(e^x + e^{-x})^8. \quad (0.3)$$

c) Beräkna derivatan av $f(x) = (e^x + e^{-x})^8$ och bestäm det minsta värdet av $f(x)$ på reella linjen. (0.3)

4. a) Formulera satsen om mellanliggande värden. Avgör huruvida polynomet $p(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 - x - 10$ har (minst) ett nollställe i intervallet $[0, 2]$? (0.5)

b) Hur många lösningar i intervallet $]0, 1[$ har ekvationen

$$\sqrt{x} \ln x = -\frac{2}{e} \quad ?$$

Ledning: Försök inte lösa ekvationen. (0.5)

5. a) Formulera och bevisa Pythagoras sats. (0.5)

b) Låt $A = (0, 0)$, $B = (1, 1)$ och $C = (3, 0)$ vara tre punkter i planet. Bestäm centrum och radie för den cirkel som går genom alla dessa tre punkter. (0.5)

6. Antag att avståndet mellan två punkter A och B i planet är 10 cm. Låt C vara en tredje punkt i planet vars avstånd till B är $3/2$ gånger så stort som till A . Bestäm största möjliga avstånd som C kan ha till linjen som går genom A och B .

LYCKA TILL!