

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar, förutom uppgift 1 där endast svar krävs. Nödvändigt dock ej tillräckligt villkor för godkänt är 8 av 10 rätt på uppgift 1.

NAMN och PERSONNUMMER:

PROGRAM:

1. a) Förenkla $\frac{\sqrt{48}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$. Svaret får ej innehålla rottecken.

- b) Lös ekvationen $(5x + 3)^2 = 2^2$.

- c) Hypotenusan i en rätvinklig triangel är 4 cm. Vinkeln mellan en katet och hypotenusan är 60 grader. Hur lång är denna katet?

- d) Ange värdet av $\sin 210^\circ$.

- e) Lös ekvationen $\sqrt{4x^2 + 7x - 14} = -x - 2$.

- f) Förenkla ${}^5\log 5$. Svaret får ej innehålla logaritmer.

- g) Lös olikheten $-3 < \frac{x-2}{x+3}$.

- h) Lös ekvationen $e^{8/3}e^{1/3} = e^x$.

- i) Lös ekvationen $\ln(2x + 2) - \ln(x - 1) = \ln 5$.

- j) Bestäm ekvationen för den linje som går genom $(0, 1)$ och $(2, 0)$.

2. a) Bestäm gränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x^4}{4^x + \ln x} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\ln(3x + 1)}.$$

(0.6)

b) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(2x) \left(\ln |x| + \frac{1}{x} \right),$$

om det existerar och visa annars att det inte existerar.

(0.4)

3. a) Beräkna summan $\sum_{k=1}^{50} k$.

(0.2)

b) Skriv upp och härled formeln för geometrisk summa.

(0.4)

c) Låt $p(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$. Finn alla reella nollställen till $p(x)$.

(0.4)

4. a) Definiera vad som menas med en jämn funktion på \mathbb{R} . Ge exempel på en sådan.

(0.3)

b) Låt

$$f(x) = e^{-|x|}(x^2 - 8).$$

Bestäm samtliga lokala extrempunkter till $f(x)$ och rita grafen till $f(x)$. Ange även värdemängden till $f(x)$ samt eventuella asymptoter.

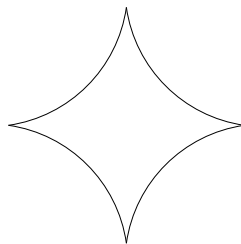
(0.7)

5. a) Formulera och bevisa omvändningen till Pythagoras sats, t.ex. med hjälp av cosinus-satsen.

(0.4)

b) En julstjärna (se figur) har formen av den mängd i planet som begränsas av fyra cirkelbågar med radie $R > 0$ och med centrum i punkterna $(\pm\sqrt{3/4}R, \pm\sqrt{3/4}R)$. Bestäm julstjärnans area.

(0.6)



Var god vänd!

6. a) Låt

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan(\sqrt{2} \tan x),$$

och

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cot x\right).$$

Bestäm definitionsmängderna för f respektive g . (0.2)

b) Visa att $f'(x) = g'(x)$ där båda funktionerna är definierade. (0.3)

c) Bestäm den största mängd där $f(x) = g(x)$. Kan f utvidgas till att bli en kontinuerlig funktion på hela \mathbb{R} ? (0.5)

LYCKA TILL!