

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng på skrivningen totalt. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. (0.1 /styck)

a) Beräkna  $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot 2^{10} \cdot 5^4 \cdot 10^{-7}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Ange det exakta värdet för  $\sin 135^\circ$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Lös olikheten  $(x + 2)(x + 4) \leq -1$ .

Svar: \_\_\_\_\_

d) Lös ekvationen  $\ln(2x + 1) - \ln x = \ln 3$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Förenkla  $\frac{x - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Faktorisera polynomet  $x^2 - 3x + 2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Lös ekvationen  $\sqrt{x^2 - x - 1} = -1$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Låt  $l$  vara linjen som går genom punkterna (0,1) och (2,5). Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Lös olikheten  $x - \frac{1}{x} < 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

j) Lös ekvationen  $4^x - 2^x - 12 = 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Namn:	
Personnummer:	

V.g. vänd!

2. a) Beräkna gränsvärdena (0.3 /styck)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3 \ln x}{\sqrt{x} + e^x} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) \ln(1 + x).$$

- b) Visa att gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x}$  inte existerar. (0.4)

3. a) Lös ekvationen

$$|x - 1| + 2x = |2x - 1|. \quad (0.5)$$

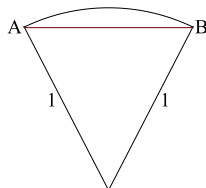
- b) Visa att  $x = 6$  är en lösning till ekvationen

$$3 \cdot {}^4\log x - 2 \cdot {}^4\log(x - 3) = 1 + {}^4\log 6,$$

och lös ekvationen fullständigt. (0.5)

4. a) Finn den konstanta termen i utvecklingen av  $(1 + 4x^2) \left(2 - \frac{1}{x}\right)^{20}$ . (0.5)

- b) Radien av cirkelsektorn i figuren är 1. Bestäm avståndet mellan punkterna  $A$  och  $B$  så att cirkelsektorns area är  $\frac{\pi}{8}$ . (0.5)



5. a) Visa att om  $f'(x) = 0$  för alla  $-1 < x < 1$ , så är funktionen  $f$  konstant på intervallet  $] - 1, 1[$ . (0.3)

- b) Visa, med hjälp av derivata, att likheten

$$\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \arcsin x$$

gäller för alla  $x$  i intervallet  $] - 1, 1[$ . (0.4)

- c) Kurvan

$$x + y^2 + y \sin x = y^3 + \frac{\pi}{2}$$

definierar implicit  $y$  som en deriverbar funktion av  $x$  i en omgivning av punkten  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ . Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan i punkten  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ . (0.3)

6. a) Visa att likheten  $\ln(b^a) = a \ln b$  gäller för alla reella tal  $a$  och alla positiva tal  $b$ . (0.3)

- b) En triangel är begränsad av  $x$ -axeln och de två linjerna  $y = kx$  och  $y = \frac{1}{k}x + k$ , där  $k > 1$ . Bestäm den minsta möjliga arean av en sådan triangel. (0.7)

LYCKA TILL!