

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

- 1 Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1 / styck)

a) Förenkla $\frac{a^{-1/15}}{a^{-1/5}}$ till en potens av a . Svara med exponenten.

Svar: _____

b) Lös ekvationen $\sqrt{-5x - 4} = \sqrt{-x + 7}$.

Svar: _____

c) Kvadratkomplettera $x^2 - 6x + 11$.

Svar: _____

d) Ange värdet av $\cos(300^\circ)$.

Svar: _____

e) I en rätvinklig triangel är en katet 1 cm, och vinkeln mellan denna katet och hypotenusan är 60° grader. Hur lång är den andra kateten?

Svar: _____

f) Lös ekvationen $\sqrt{3x^2 - 2x - 15} = x + 1$.

Svar: _____

g) Lös ekvationen $\ln(x - 7) - 2 \ln(x - 1) = -2 \ln 5$.

Svar: _____

h) Lös ekvationen $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

Svar: _____

i) Förenkla ${}^5\log 25$ så långt som möjligt. Logaritmuttryck får ej ingå i svaret.

Svar: _____

j) Lös olikheten $(x + 3)(x - 5) < 0$.

Svar: _____

Namn:	
Personnummer:	

2 a) Lös ekvationen $\sin(2x) = -\cos(x)$. (0.5)

b) Använd definitionen av derivata för att härleda derivatan av funktionen $f(x) = x^2$. (0.5)

3 a) Skissera kurvan till ekvationen $2x^2 - y^2 - 4(x + y) - 3 = 0$, och ange alla asymptoter. (0.5)

b) Använd räknelagar för potenser för att bevisa logaritmlagen

$$\ln a + \ln b = \ln ab, \quad a, b > 0. \quad (0.5)$$

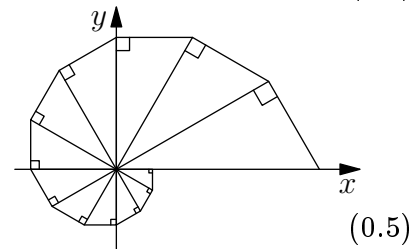
4 a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan 2x}{3x}$. (0.3)

b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x}{3x}$. (0.3)

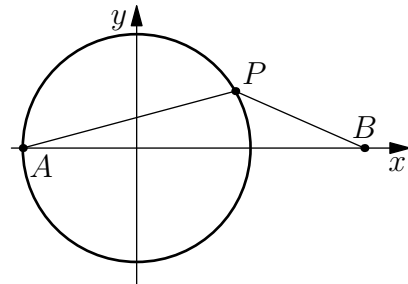
c) Låt s vara ett godtyckligt reellt tal. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^s - 1}{\ln x}$. (0.4)

5 a) Skissera grafen till funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$. Ange funktionens värdemängd samt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (0.5)

b) Tolv likformiga rätvinkliga trianglar är placerade runt origo såsom figuren visar. Varje triangel är placerad så att hörnet med den minsta vinkeln är placerat i origo. Den största triangelns hypotenus har längden 1. Beräkna triangelarnas sammanlagda area.



6 En partikel rör sig i planet. Partikeln rör sig längs en rät linje från punkten $A: (-1, 0)$ till punkten P på enhetscirkeln med farten 1, och sedan vidare längs en rät linje till punkten $B: (2, 0)$ med farten 3. Punkten P ligger så att sträckan PB inte har någon del innanför enhetscirkeln.



a) Låt (x, y) vara koordinaterna för P . Vilka värden kan x anta? (Tänk på att sträckan PB inte får ha någon del innanför enhetscirkeln.) (0.3)

b) Hur ska punkten P väljas för att partikelns förflyttning ska gå så fort som möjligt? (0.7)

LYCKA TILL!