

1.

$$\frac{1}{2} \ln |x^2 - 1| + C, \quad \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}\pi}{8}, \quad -\frac{1}{2} \cos x^2 + C.$$

2. Lösningarna är $z = \pm 1 \pm i$ (där alla fyra kombinationer av \pm ska vara med). Faktoriseringen är

$$x^4 + 4 = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2).$$

3. a)

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x.$$

b)

$$y = \frac{1}{2}(4 + x^2) \ln(4 + x^2) + C(4 + x^2),$$

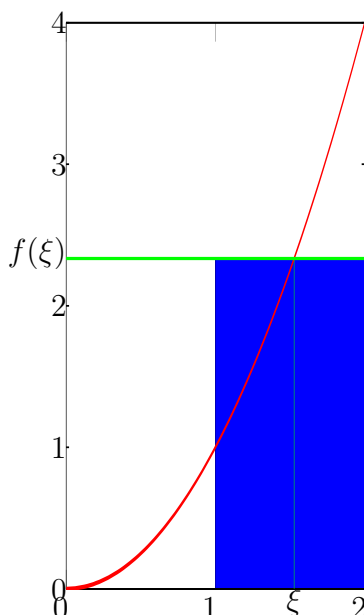
4.

$$\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + x^3B_1(x),$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + x^4B_2(x).$$

Gränsvärdet är -2 .

5. För satsens formulering, se kursboken sidan 314. Figuren blir som den nedan där arean under kurvan mellan $x = 1$ och $x = 2$ är densamma som rektangelns area. Talet ξ som existerar enligt satsen är $\sqrt{7/3}$.



6. Ellipsoidens volym är $\frac{4\pi ab^2}{3}$ och rugbybollens volym är $\frac{18000}{\pi} \text{cm}^3$.

7. Den andra funktionen är $Ce^{\arctan x}$, där C är en godtycklig konstant.

8. $12\pi/5$.

9. *Ledtråd:* Använd dels skivformeln för att beskriva volymen som funktion av vattendjupet, vilket med hjälp av analysens huvudsats ger ett uttryck för $V'(h)$, och dels kedjeregeln tillsammans med informationen att avdunstningen är proportionell mot arean.

10.

$$y = \frac{1}{2} \left(Cx^2 - \frac{1}{C} \right),$$

där C är en godtycklig nollskild reell konstant.