Svar till tentamen i Endimensionell analys A2, 2016-05-13

1 a. Gränsvärdena är 3 och 1/2.
1 b. Högergränsvärdet är 0, vänstergränsvärdet är ∞. Funktionen går inte att utvidga till hela $\mathbb{R}$ eftersom både höger -och vänstergränsvärdena i så fall måste vara lika.

2. Lokala extrempunkter är $x = 1$ (lokalt max) och $x = 13$ (lokalt min). Asymptoterna är: En lodrät vid $x = 7$ samt en sned $y = 2x + 10$ då $x \to \pm\infty$. Värdemängden är $V_f = (-\infty, 0] \cup [48, \infty)$, dvs hela $\mathbb{R}$ förutom intervallet $(0, 48)$.

3 a. Se boken.
3 b. Precis ett nollställe.
3 c. Precis tre nollställen. (Studera derivatans nollställen och tecken.)

4 a. Se boken.
4 b. Lösningarna är $z = \pm i\sqrt{2}$ och $z = -1 \pm i$. (Sätt $x = iy$ och sätt in i ekvationen. Lös realdel och imaginärdel för sig).

5 a. Gränsvärdet blir -2.
5 b. Utveckla $f(x) = e^{-x} - 1$ mha Maclaurinutveckling. Använd resttermen $R_2(x) = \frac{f''(\xi)}{2!}x^2$ där ξ ligger mellan 0 och x. Eftersom x ligger mellan -1 och 1, och $f''(\xi) = e^{-\xi}$ så kan resttermen uppskattas till

$$|R_2(x)| \leq \frac{e^{-\xi}}{2}x^2 \leq \frac{3^1}{2}.$$

6 a. Linjens ekvation är $y = (-27/4)x + 27/4$.
6 b. Maximal area är 1/2. Linjen tangerar $y = 1/x^2$ vid $x = 2$ för denna maximala triangel.