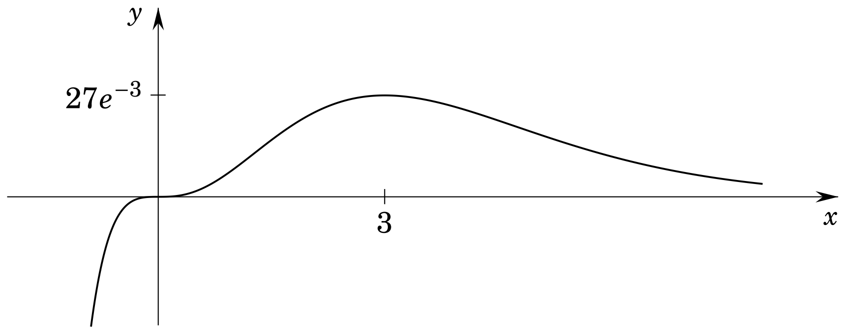
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR OCH ANVISNINGAR
ENDIMENSIONELL ANALYS A2
2015–08–29 kl. 8–13

1. Lokal maximipunkt $x = 3$ med lokalt maximivärde $27e^{-3}$. Sned asymptot $y = 0$ då $x \to \infty$. Värdemängden ges av $V_f =]-\infty, 27e^{-3}]$.



2. a) Rötterna är $z = 2 \pm i$, $z = -1 \pm 2i$.

b) $a = \pm 2$

3. a)

$$\lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\ln\left(\frac{x+h}{x}\right)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}{\frac{h}{x}} = \frac{1}{x} \cdot 1 = \frac{1}{x}.$$

Alternativt används härledningen i Exempel 10.11 i läroboken. För derivatan av $\ln|x|$, se sidan 222 i läroboken.

b) Med $0 \le \theta \le 1$ gäller det att

$$\left|\left(1+\tfrac{1}{2}x\right)^{1/3} - 1 - \tfrac{1}{6}x\right| = \left|1 + \tfrac{1}{6}x - \tfrac{1}{36} \cdot \frac{1}{\left(1+\tfrac{1}{2}\theta x\right)^{5/3}} x^2 - 1 - \tfrac{1}{6}x\right| =$$

$$= \tfrac{1}{36} \cdot \frac{1}{\left(1+\tfrac{1}{2}\theta x\right)^{5/3}} x^2 < \tfrac{1}{36} \cdot \frac{1}{(1+0)^{5/3}} \cdot 3^2 = \tfrac{1}{4}.$$

4. a) 1/2

b) $-1/2$

c) 0

5. a)

$$\begin{cases} a < 5\ln\frac{10}{9} & \text{1 rot} \\ a = 5\ln\frac{10}{9} & \text{2 rötter} \\ 5\ln\frac{10}{9} < a < -8 + 5\ln 10 & \text{3 rötter} \\ a = -8 + 5\ln 10 & \text{2 rötter} \\ a > -8 + 5\ln 10 & \text{1 rot} \end{cases}$$

b) $y = 2x - \frac{1}{8}$

6. $\left(9^{1/3} + 1\right)^{3/2}$