

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng. Tillåtna hjälpmedel: Böcker, anteckningar och miniräknare.

Godkändtel

För att bli godkänd krävs dels högst en uppgift med 0 poäng av dessa sex uppgifter, dels minst 9 poäng av 18 möjliga.

1. Beräkna gränsvärdena

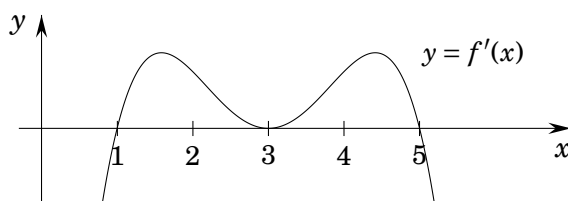
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 2^x + \ln x}{3e^{x+1} + x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 e^{1/x}.$$

2. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{2x+1}, \quad x \neq -\frac{1}{2}.$$

Ange speciellt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.

3. En funktion f är definierad i intervallet $]0,8,5,2[$, och grafen för derivatan f' ser ut på följande sätt:



Bestäm alla lokala extrempunkter för f , samt ange deras karaktär.

4. Ange absolutbelopp och argument av det komplexa talet

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}.$$

Vidare, låt vektorn som svarar mot talet z roteras vinkeln $\pi/2$ medurs kring origo i det komplexa talplanet, och låt w beteckna det resulterande komplexa talet. Skriv w på formen $a + bi$.

5. Låt $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$. Avgör om det går att bestämma ett polynom $p(x)$ sådant att

$$|f(x) - p(x)| \leq \frac{1}{3} \cdot 10^{-4} \quad \text{då} \quad 0 < |x| \leq 0.1.$$

Ange i så fall $p(x)$.

6. Ett rakt staket med längd 10 m skall tillsammans med två vinkelräta väggar avgränsa ett område (se figuren). Hur skall staketet placeras för att arean av området skall bli så stor som möjlig?

LYCKA TILL!

