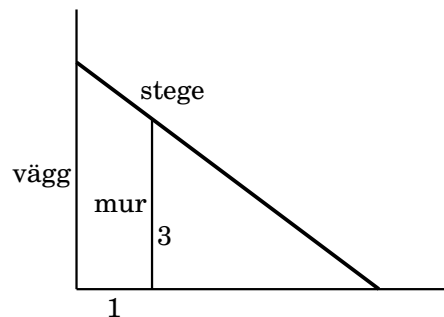


INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och tydliga svar.

1. Skissera grafen till funktionen $f(x) = x^3 e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$. Ange speciellt värdemängden till f samt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.
2. a) Ekvationen $z^4 - 2z^3 + 2z^2 - 10z + 25 = 0$ har roten $z = 2 + i$. Lös ekvationen fullständigt. (0.6)
b) Bestäm de reella värden på a för vilka det komplexa talet $\frac{a+4i}{1+ai}$ är reellt. (0.4)
3. a) Härled derivatan av $\ln x$, $x > 0$, antingen direkt från derivatans definition eller utifrån derivatan av e^x . Härled sedan derivatan av $\ln|x|$, $x \neq 0$. (0.5)
b) Visa att
$$\left| \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^{1/3} - 1 - \frac{1}{6}x \right| < \frac{1}{4}$$
för alla x som uppfyller $0 < x < 3$. (0.5)
4. a) Beräkna serien $\sum_{k=1}^{\infty} 3^{-k}$. (0.3)
b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - x}$. (0.4)
c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$. (0.3)
5. a) Bestäm, för varje värde på den reella konstanten a , antalet reella rötter till ekvationen
$$3x + 1 + 5\ln(x^2 + 1) = a.$$
(0.6)
b) Antag att $h(x) = (f(x))^3$, där f är en deriverbar funktion. Om $f(0) = -1/2$ och $f'(0) = 8/3$, bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = h(x)$ i punkten med x -koordinat 0. (0.4)
6. Bestäm längden av den kortaste stege som når över en 3 meter hög mur fram till en vägg som är placerad 1 meter bakom muren.



LYCKA TILL!