LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

Svar och anvisningar till
Tentamen i Endimensionell analys
delkurs A1
2018-04-03

1. **a)** 240°
b) $x = 3/2$
c) e^{-x}
d) $x = 1$
e) $x < 1$ eller $x > 4/3$
f) $x = 0$ eller $x = 4$
g) lösning saknas
h) $\lg \frac{11}{4}$
i) 225°, 315°
j) $x = 1/2$

2. **a)** Kvadratkomplettering ger $(x-1)^2 + \dfrac{(y-2)^2}{3^2} = 1$, så kurvan är en ellips med medelpunkt $(1, 2)$ och halvaxlar 1 respektive 3 (ej ritad här). Skärning med y-axeln sker i punkten $(0, 2)$ och med x-axeln i punkterna $(1 \pm \sqrt{5}/3, 0)$.
b) $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{3^{2018}} - 1\right)$.

3. **a)** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$ eller $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
b) $\arcsin(\cos x) = -\frac{\pi}{6} \quad \Leftrightarrow \quad \cos x = -\frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
c) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ eller $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

4. **a)** Satsen: Om sidolängderna a, b och c i en triangel uppfyller $a^2 + b^2 = c^2$, så är vinkeln mot sidan c rät. Bevis: Cosinussatsen ger $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$, där α är vinkeln mot sidan c. Kombineras de två likheterna fås $\cos\alpha = 0$, vilket ger $\alpha = 90^\circ$.
b) 90°

5. **a)** $p(x)$ har faktorn x, så faktorsatsen ger att $0 = p(0) = C$. Använd binomialsatsen för att utveckla de två första termerna. **Svar:** $x = 0$, $\pm\sqrt{3}$ eller $\pm 1/\sqrt{3}$
b) $10^{3/2}$ (≈ 32)

6. **a)** Se läroboken.
b) Funktionen $g(x) = -1/x^2$, $x < 0$, är avtagande med värdemängden $V_g =]-\infty, 0[$ och funktionen $h(x) = \arctan x^2$, $x \geq 0$, är växande med värdemängden $V_h = [0, \pi/2[$. Funktionerna uppfyller

$$\begin{aligned} y = g(x) \quad &\Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{\sqrt{-y}} \quad \text{för } y \in V_g, \\ y = h(x) \quad &\Leftrightarrow \quad x = \sqrt{\tan y} \quad \text{för } y \in V_h. \end{aligned}$$

Svar: f är inte monoton, men injektiv och dess invers är

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{-x}}, & x < 0, \\ \sqrt{\tan x}, & 0 \leq x < \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$