

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng. Tillåtna hjälpmedel: Böcker, anteckningar och miniräknare.

Godkäntdel

För att bli godkänd krävs dels högst en uppgift med 0 poäng av dessa sex uppgifter, dels minst 9 poäng av 18 möjliga.

1. I denna uppgift gäller att 0-3 rätt ger 0 poäng, 4 rätt ger 1 poäng, 5 rätt ger 2 poäng och 6 rätt ger 3 poäng. Fullständiga lösningar krävs.

a) Lös ekvationen $x^3 + 3x^2 - 10x = 0$.

b) För vilka vinklar v , med $0^\circ \leq v < 360^\circ$, gäller det att $\sin v = -\frac{\sqrt{3}}{2}$?

c) Skriv $2 \lg 2 + \lg 3 - \lg 6$ som en enda logaritm.

d) I en rätvinklig triangel är en katet 5 cm, och vinkeln mellan denna katet och hypotenusan är 30 grader. Hur lång är den andra kateten?

e) Lös olikheten $\frac{2x-1}{x+3} < 1$.

f) Lös ekvationen $9^x + 3 \cdot 3^x - 18 = 0$.

2. Lös ekvationerna

$$\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0 \quad \text{och} \quad 2 \ln(1-x) - \ln x = \ln 2.$$

3. Använd binomialsatsen för att beräkna koefficienten för x^{30} -termen i utvecklingen av

$$\left(x^3 - \frac{1}{2x}\right)^{14}.$$

4. Låt E vara ellipsen med medelpunkt $(2, -1)$ och halvaxlarna 2 och 1 (i x - respektive y -led). Ange en ekvation för denna ellips samt rita ut den. Låt vidare L vara den räta linjen genom punkterna $(-1, -3)$ och $(1, 1)$. Ange en ekvation för denna linje samt rita ut den. Bestäm slutligen samtliga skärningspunkter mellan E och L .

5. Ange ett intervall $I = [a, b]$ (med $a \neq b$) så att funktionen f som ges av

$$f(x) = x^2 - 3x + 2, \quad x \in I,$$

har en invers. Givet ditt intervall I , bestäm ett uttryck för inversen f^{-1} . Ange även inversens definitions- och värdemängd samt rita dess graf.

6. Bestäm samtliga implikationer mellan följande påståenden för reella tal x :

$$A: x^2 < 4 \quad B: x < 2 \quad C: x^2 < x \quad D: |x - 1| < 1.$$

Ordentliga motiveringar krävs!

LYCKA TILL!