

INGA HJÄLPMEDEL. Varje uppgift ger högst 1.0 poäng. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng totalt. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Till nedanstående uppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1/deluppgift)

a) Ange en vinkel  $\alpha$  mellan  $0^\circ$  och  $360^\circ$  sådan att  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  och  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Lös ekvationen  $3^{1/2} \cdot 3^x = 3^2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Ange inversen till  $f(x) = -\ln x$ .

Svar:  $f^{-1}(x) =$  \_\_\_\_\_

d) Lös ekvationen  $\ln(x+4) + \ln(x+1) = \ln 10$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Lös olikheten  $\frac{x}{x-1} < 4$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Lös ekvationen  $(x-5)(x+1) = -5$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Lös ekvationen  $\sqrt{-5x^2 - 1} = -x$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Skriv  $\lg 11 - \lg 4$  som en enda logaritm.

Svar: \_\_\_\_\_

h) För vilka vinklar  $v$  med  $0 \leq v < 360^\circ$  gäller det att  $\sin v = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Lös ekvationen  $16^x + 4 \cdot 4^x - 12 = 0$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Anonymkod	
Personlig identifierare	

Var god vänd

2. a) Rita kurvan  $9x^2 + y^2 - 18x - 4y + 4 = 0$  och ange dess skärningar med koordinataxlarna. (0.6)

b) Beräkna summan  $\sum_{k=1}^{2018} \left(-\frac{1}{3}\right)^k$ . (0.4)

3. Lös följande ekvationer:

a)  $\sin 2x + \cos x = 0$  (0.3)

b)  $\arcsin(\cos x) = -\frac{\pi}{6}$  (0.3)

c)  $\sin 2x - \cos 2x = 1$  (0.4)

4. a) Formulera omvändningen till Pythagoras sats och bevisa den (t.ex. med hjälp av cosinussatsen). (0.5)

- b) I ett rätvinkligt koordinatsystem finns en triangel  $ABC$ , där punkterna  $A$  och  $C$  har koordinaterna  $(-2, 1)$  respektive  $(-1, 3)$ . Man vet även att sträckorna  $AB = 4\sqrt{5}$  och  $BC = \sqrt{85}$ . Hur stor är vinkeln i punkten  $A$ ? (0.5)

5. a) Låt  $C$  vara en konstant och definiera polynomet

$$p(x) = (x + 1)^6 - (x - 1)^6 - 80x^3 + C.$$

Om  $p(x)$  divideras med  $x$  så fås resten noll. Lös ekvationen  $p(x) = 0$ . (0.6)

- b) Vid jordbävningar används momentmagnitudskalan  $M$  (efterföljare till Richterskalan) som ett index av hur mycket energi  $E$  som har frigjorts vid en jordbävning. Formeln är

$$M = \frac{2}{3} \left( \lg \frac{E}{E_0} - K \right),$$

där  $E_0 = 1$  J och  $K$  en dimensionslös konstant. Med vilken faktor förändras energin då skalan ökar med en enhet? (0.4)

6. a) Definiera vad som menas med att en funktion är växande, monoton respektive injektiv. (0.5)

- b) Avgör om funktionen

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2}, & x < 0, \\ \arctan x^2, & x \geq 0, \end{cases}$$

är monoton respektive injektiv. Om  $f$  har en invers, ange denna (med definitionsmängd). (0.5)