

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna på uppgifterna 2-6 skall vara försedda med ordentliga motiveringar. För uppgift 1 krävs endast svar. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt.

ANONYMKOD:

PERSONLIG IDENTIFIERARE:

1. a) Skriv $\ln 6 + \ln 12 - \ln 3$ som en enda logaritm.

b) Ange en vinkel α mellan 0 och 360 grader sådan att $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ och $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.
Svara i grader.

c) Lös ekvationen $e^{-24/5} \cdot e^5 = e^x$.

d) Lös ekvationen $x^3 - 4x^2 - 5x = 0$.

e) Lös ekvationen $\sqrt{-x - 10} = 1$.

f) Lös ekvationen $\ln(x + 1) + \ln(-x + 10) = \ln 30$.

g) I en rätvinklig triangel är hypotenusan 10 cm och en katet 5 cm. Hur stor är vinkeln mellan hypotenusan och denna katet? Svara i grader.

h) Vad är $\tan 135^\circ$?

i) Lös olikheten $x^2 - 10x + 14 \leq -2x - 1$.

j) Lös ekvationen $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

VAR GOD VÄND!

2. a) Bestäm konstanten a så att polynomet $p(x) = x^4 + 2x^3 + \frac{1}{4}x^2 + ax$ får nollstället -1 . Faktoriser sedan $p(x)$ så långt som möjligt. (0.4)

b) Bevisa valfri logaritmlag genom att utgå från potenslagarna. (0.3)

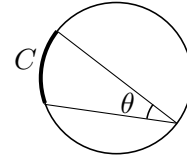
c) Lös ekvationen $(\ln x)^2 + \ln(x^2) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. (0.3)

3. a) Rita kurvan

$$x^2 + 2x + \frac{1}{4}y^2 - y + 1 = 0.$$

Bestäm sedan skärningen mellan denna kurva och linjen som går genom punkterna $(0, 1)$ och $(2, -3)$. (0.7)

b) Vinkeln θ figuren, som är utritad i en cirkel med radie 1, är 0.45 radianer. Hur lång är cirkelbågen C ? (0.3)



4. a) Beräkna $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$. (0.4)

b) Skissera grafen till funktionen

$$f(x) = |x + 1| - |2x - 1|, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Lös även ekvationen $f(x) = 0$. Skissera slutligen kurvan $y = |f(x)|$. (0.6)

5. a) Skriv om funktionen

$$f(x) = \sqrt{3} \cos x + 3 \sin x, \quad x \in \mathbb{R},$$

med hjälp av hjälpvinkelmetoden, och utnyttja detta för att skissera grafen. Välj sedan en ny definitionsmängd i form av ett intervall (så stort som möjligt) för funktionen så att den blir injektiv. Skissera slutligen, utifrån ditt val, grafen till inversen. (0.6)

b) Definiera vad som menas med att en funktion är jämn respektive udda. Avgör för var och en av funktionerna

$$f_1(x) = x + \frac{1}{x}, \quad f_2(x) = x + |x|, \quad f_3(x) = x \sin x,$$

om den är jämn, udda eller varken eller. (0.4)

6. För vilka x i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$ kan en funktion f definieras av

$$f(x) = \sqrt{\cos x - \cos 2x - 1}?$$

Bestäm sedan för dessa x , utan att använda derivata, funktionens största respektive minsta värde.

LYCKA TILL!