

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna på uppgifterna 2-6 skall vara försedda med ordentliga motiveringar. För uppgift 1 krävs endast svar. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt.

ANONYMKOD:

PERSONLIG IDENTIFIERARE:

1. a) Ange värdet av $\sin 225^\circ$.

- b) Lös ekvationen $(x + 4)(x + 1) = 4$.

- c) Skriv $\lg 2 + \lg 12 - \lg 8$ som en enda logaritm.

- d) För vilka vinklar v , med $0^\circ \leq v \leq 360^\circ$ gäller det att $\cos v = \frac{\sqrt{3}}{2}$? Ange vinklarnas värden i grader.

- e) Faktoriser polynomet $x^2 - x - 2$.

- f) Lös ekvationen $\sqrt{x + 4} = \sqrt{-3x + 2}$.

- g) I en rätvinklig triangel är hypotenusan 2 cm och en katet 1 cm. Hur stor är vinkeln mellan hypotenusan och denna katet? Ange vinkelns värde i grader.

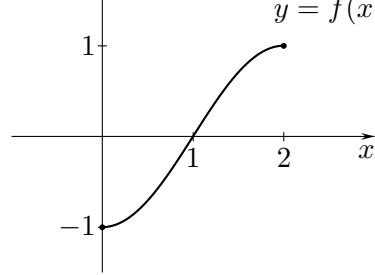
- h) Lös ekvationen $2 \ln(x + 3) - \ln(3x + 9) = 0$.

- i) Lös olikheten $\frac{5x - 6}{x - 1} < 4$.

- j) Lös ekvationen $9^x + 4 \cdot 3^x - 5 = 0$.

VAR GOD VÄND!

2. Funktionen f har grafen $y = f(x)$ till höger.



- a) Skissera var och en av kurvorna

$$y = 2f(x), \quad y = f(x+1) - 1, \quad y = f(2x) \quad \text{och} \quad y = f(-x).$$

Glöm inte att markera några lämpliga punkter på koordinataxlarna. (0.4)

- b) Har funktionen f någon invers? I så fall, skissera kurvan $y = f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem som kurvan $y = f(x)$. Markera några lämpliga punkter på koordinataxlarna. Vad får inversen för definitions- respektive värdemängd? (0.3)

- c) Bevisa logaritmlagen

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y, \quad x, y > 0,$$

genom att utgå ifrån potenslagarna. (0.3)

3. a) Lös ekvationen $\ln x - \frac{2}{\ln x} = 1$. (0.3)

- b) Beräkna summan $\sum_{k=2}^{20} \frac{1}{5^k}$. (0.3)

- c) Lös ekvationen $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = \sqrt{2}$. (0.4)

4. a) Låt

$$f(x) = |x - 1| + 2|x + 2| - 8.$$

Lös ekvationen $f(x) = 0$. Rita även kurvan $y = f(x)$. (0.7)

- b) Lös ekvationen $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 1 - x$. (0.3)

5. a) Rita kurvan

$$4x^2 - 8x - y^2 - 12 = 0.$$

Vad är det för slags kurva? Ange speciellt samtliga skärningar med koordinataxlarna samt eventuella asymptoter. (0.5)

- b) Bestäm största möjliga definitionsmängd till funktionen

$$f(x) = \frac{1}{\arcsin(x^2 - x - 1)},$$

samt rita ut denna definitionsmängd på en tallinje. (0.5)

6. a) Formulera och bevisa cosinussatsen. (Lärobokens bevis är uppdelat i två fall: då den aktuella vinkeln är trubbig respektive spetsig. Det räcker om du ger beviset för ett av dessa fall.) (0.4)

- b) I en triangel ABC gäller att $|AB| = 5$, $|BC| = 6$ och $|AC| = 4$. Visa att vinkel A är dubbelt så stor som vinkel B . (0.6)

LYCKA TILL!