

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna på uppgifterna 2-6 skall vara försedda med ordentliga motiveringar. För uppgift 1 krävs endast svar. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt.

ANONYMKOD:

PERSONLIG IDENTIFIERARE:

1. a) Ange värdet av  $\sin 240^\circ$ .

---

- b) Lös ekvationen  $x^3 = x$ .

---

- c) Lös ekvationen  $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = x - 1$ .

---

- d) Skriv  $\ln(11) - 2\ln(3)$  som en enda logaritm.

---

- e) Lös olikheten  $\frac{x+1}{x-4} < 1$ .

---

- f) I en rätvinklig triangel är hypotenusan 8 cm, och vinkeln mellan en katet och hypotenusan är  $45^\circ$  grader. Hur lång är denna katet?

---

- g) Förenkla  $\frac{2+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}$  så att nämnaren blir utan rot.

---

- h) Ange en vinkel  $\alpha$  mellan 0 och 360 grader så att  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  och  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ .

---

- i) Förenkla  ${}^5\log\left(\frac{1}{125}\right)$  så långt som möjligt. Logaritmuttryck får ej ingå i svaret.

---

- j) Lös ekvationen  $2^{x+2} + 2^x = \frac{10}{\sqrt{2}}$ .

---

VAR GOD VÄND!

2. a) Bestäm koefficienten för  $x^7$ -termen i utvecklingen av  $(x^2 + \frac{1}{2x})^{11}$ . (0.5)

b) Beräkna summan

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - \frac{2}{81} + \dots - \frac{2}{3^{20}}. \quad (0.5)$$

3. a) Lös ekvationen  $e^x = 4e^{-x} + 3$ . (0.4)

b) Lös ekvationen  $\ln(x) + \ln(x^2) \cdot \ln(x^4) = 0$ . (0.3)

c) Härled lösningsformeln för andragradsekvationen  $x^2 + px + q = 0$ . (0.3)

4. a) Ett parallelogram definieras som en fyrhörning där motstående sidor är parallella. Bevisa parallelogramsatsen, dvs. att det i ett parallelogram gäller att motstående sidor är lika långa och att motstående vinklar är lika stora. (0.4)

b) Rita kurvan

$$x^2 - 4x + 2y^2 + 4y + 4 = 0. \quad (0.4)$$

Vad för slags kurva är det? Ange speciellt eventuella halvaxlar och asymptoter.

c) Illustrera dubbelolikheten  $\sin x < x < \tan x$  då  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  med en figur i enhetscirkeln. (0.2)

5. a) Rita grafen till funktionen

$$f(x) = x^2 + |2x - 1|, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Lös sedan ekvationen  $f(x) = 3$ . För vilka värden på konstanten  $a$  gäller det att ekvationen  $f(x) = a$  helt saknar lösning? (0.6)

b) Lös ekvationen

$$\sin 2x + \sqrt{6} \sin x + 2 \sin^2 x = 0. \quad (0.4)$$

6. a) Låt

$$f(x) = \arccos(\cos x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Beräkna  $f(3\pi/4)$  och  $f(5\pi/4)$ , samt rita grafen till  $f$ . (0.3)

b) Lös ekvationen

$$2 \arccos(\cos x) = x. \quad (0.5)$$

c) För vilka värden på konstanten  $a$  får ekvationen

$$a \arccos(\cos x) = x$$

precis tre lösningar? (0.2)

**LYCKA TILL!**