



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamensskrivning
Algebra 1, Delprov 1
Måndag 3 november 2014
kl. 08.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

För att delta i examinationen krävs det att man är registrerad eller omregistrerad på kursen. Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar.

1. a) Lös den diofantiska ekvationen

$$29x + 11y = 200.$$

- b) Ange alla lösningar (x, y) sådana att x och y är positiva heltal.

2. Ange de komplexa rötterna till ekvationen

$$z^3 = \frac{(1+i)^5}{(1+\sqrt{3}i)^3(1-i)^2}$$

på formen $re^{i\theta}$ och skissa dem som punkter i det komplexa talplanet.

3. a) Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av

$$\left(x^2 - \frac{1}{2x}\right)^9.$$

- b) Hur många olika bokstavskombinationer kan man bilda med bokstäverna i ordet

TALLAHASSEE?

4. Ekvationen

$$z^3 - (1+3i)z^2 - (6-3i)z + 8+6i = 0$$

har en reell rot. Lös ekvationen fullständigt.

5. Visa med induktion att olikheten

$$\sum_{k=1}^n k^2 \geq \frac{n(n+1)^2}{4}$$

gäller för alla positiva heltal n .

6. a) Låt a och b vara positiva heltal och antag att b är udda. Visa t. ex. genom att använda formeln för geometriska summor att $a^b + 1$ är delbart med $a + 1$.
b) Låt k vara ett positivt heltal. Visa att om $2^k + 1$ är ett primtal, så är $k = 2^n$ för något naturligt tal n .