



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamenskrivning
MATA15 Algebra: delprov 1, 6hp
Lördagen den 22 mars 2014
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar.

1. Ange samtliga uppsättningar av heltal x , y , z som uppfyller *båda* ekvationerna

$$x + 2y + 24z = 13 \quad \text{och} \quad x - 11y + 17z = 8.$$

2. Lös följande olikheter:

a) $|x - |x - 1| + 1| \leq 2,$ b) $\frac{2x^2 - 7x + 9}{x^2 - 5x + 4} \geq 1.$

3. Bestäm koefficienten till x^3 i utvecklingen av produkten $(1 + x)^7(1 - x)^4$.

4. Skriv talet

$$w = \left(\frac{1 - i}{\sqrt{2} - \sqrt{6}i} \right)^{12}$$

på polär form och lös sedan ekvationen

$$z^6 = \frac{1}{w}.$$

Skissa rötterna i det komplexa talplanet.

5. Visa att ekvationen

$$z^3 - (1 + 4i)z^2 + (15 + 15i)z + 50 - 50i = 0$$

har en rent imaginär rot och lös sedan ekvationen fullständigt.

6. Visa att likheten

$$\sum_{k=0}^n \frac{k^2 + 3k + 1}{(k + 2)!} = 2 - \frac{n + 3}{(n + 2)!}$$

gäller för alla naturliga tal n .