



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamenskrivning
MATA15 Algebra: delprov 1, 6hp
Måndagen den 4 november 2013
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar.

1. Ange det minsta positiva heltalet a sådant att den diofantiska ekvationen

$$133x + 35y = 100a$$

är lösbar. Ange samtliga positiva lösningar till ekvationen för detta värde på a .

2. Polynomet

$$p(z) = z^5 + 2z^4 + 2z^3 - z^2 - 2z - 2$$

har ett nollställe i $z = -1 - i$. Lös ekvationen $p(z) = 0$ fullständigt.

3. Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av

$$\left(\frac{x^3}{2} - \frac{1}{ix^2}\right)^{20}.$$

(i betecknar den imaginära enheten: $i^2 = -1$.)

4. Lös följande olikheter:

a) $2x > |x^2 - 10x + 24| + 8,$

b) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2 - x + 1} \geq \frac{1-2x}{x^3 + 1}.$

5. Lös ekvationen

$$z^6 = \left(\frac{\sqrt{2}(1 - i\sqrt{3})}{(\sqrt{3} + i)(1 - i)}\right)^{58}$$

och skissa rötterna i det komplexa talplanet.

6. Visa att likheten

$$\sum_{k=1}^n k^2 2^k = 2^{n+1}(n^2 - 2n + 3) - 6$$

gäller för alla naturliga tal $n \geq 1$.