



LUNDS
UNIVERSITET

Tentamenskrivning
MATA15 Algebra: delprov 1, 6hp
Lördagen den 20:e april 2013
Skrivtid: 8.00–13.00

Matematikcentrum

Matematik NF

Inga hjälpmedel tillåtna. Använd institutionens papper och skriv bara på den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar.

1. Avgör om följande diofantiska ekvationer är lösbara och ange i förekommande fall samtliga lösningar:

a) $123x^2 + 321y^2 = 1234321$,

b) $45x + 54y = 4554$.

2. Bestäm koefficienten till x^4 i utvecklingen av

$$(2x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^9.$$

(Förenkla svaret.)

3. Lös följande olikhet:

$$\frac{|x - 10| + |10 - x|}{4 - x^2} \leq 1.$$

4. Betrakta polynomen

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 13x - 10 \quad \text{och} \quad g(x) = x^3 + x^2 - 7x - 15.$$

- a) Bestäm $SGD(f, g)$ så när som på associerade polynom.

- b) Lös ekvationerna $f(x) = 0$ och $g(x) = 0$.

5. Ange rötterna till följande ekvationer på formen $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$:

a) $z^2 + (3 + i)z + (2 + 14i) = 0$,

b) $z^4 = \left(\frac{2 + 2i}{\sqrt{6} + \sqrt{2}i} \right)^{12}$.

6. Visa att följande olikheter gäller för alla naturliga tal $n \geq 2$:

$$\frac{13}{24} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} < \frac{n}{n+1}.$$